

Introdução à Teoria da Relatividade Geral

1ª Aula

Thiago R. P. Caramês



Vila Velha, 02 de Maio de 2019

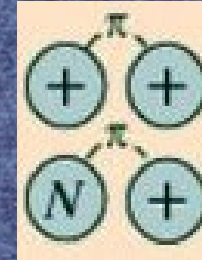
Conteúdo

- Evolução do conceito de gravidade
- Gravitação newtoniana
 V_s
Relatividade especial
- Princípio da Equivalência
- Gravidade como geometria

O que é a gravidade?

As quatro forças fundamentais

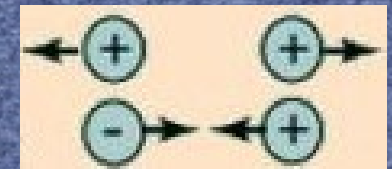
1. **Força Nuclear Forte:** mantém a coesão do núcleo atômico (intensidade: 1)



2. **Força Nuclear Fraca:** decaimento radioativo (intensidade: 10^{-6})



3. **Força Eletromagnética:** age entre partículas com carga elétrica (intensidade: $1/137$)



4. **Força Gravitacional:** age nos corpos que possuem massa (intensidade: 10^{-39})



A gravitacional é a mais fraca de todas

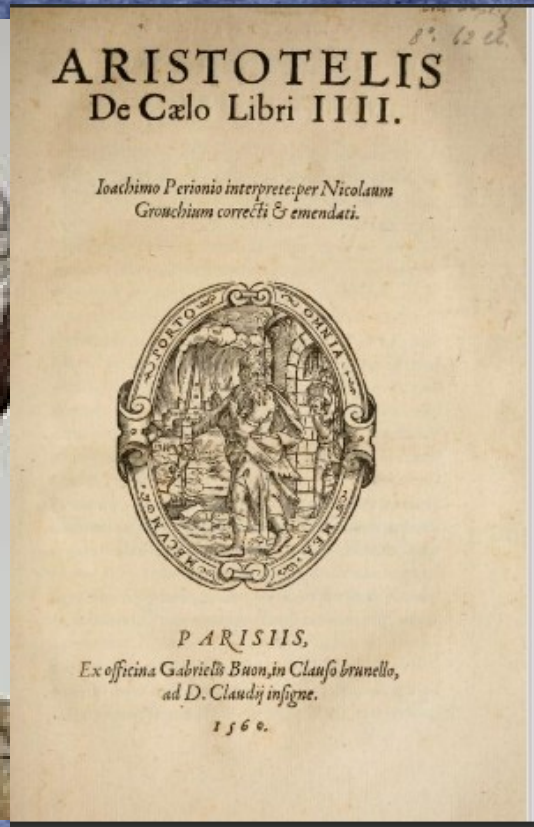
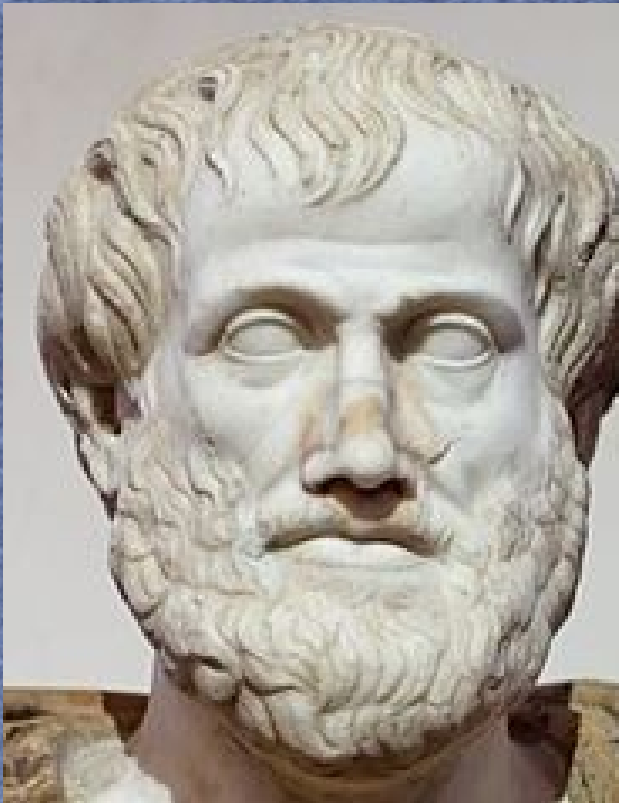
- A força entre dois corpos de 1 Kg, separados 1m um do outro, corresponde a $6,67 \times 10^{-11}$ N!
→ 100.000 vezes menor que o peso médio de um fio de cabelo!
- A força elétrica entre dois corpos carregados de 1C, separados 1m um do outro, corresponde a 9×10^9 N
→ Que corresponde ao peso de um corpo de 9×10^8 Kg!

A força gravitacional é melhor perceptível na presença de grandes massas!

O que disseram sobre a gravidade?

- Aristóteles, Ptolomeu
- Kepler
- Galileu
- Newton
- Einstein

Aristóteles(384 a.C – 322 a.C)



- **Movimento Natural**
(queda de uma pedra,
ascensão do fogo)

Vs.

- **Movimento Violento**
(agente externo)

- **Sistemas sublunares**
(trajetórias retilíneas)

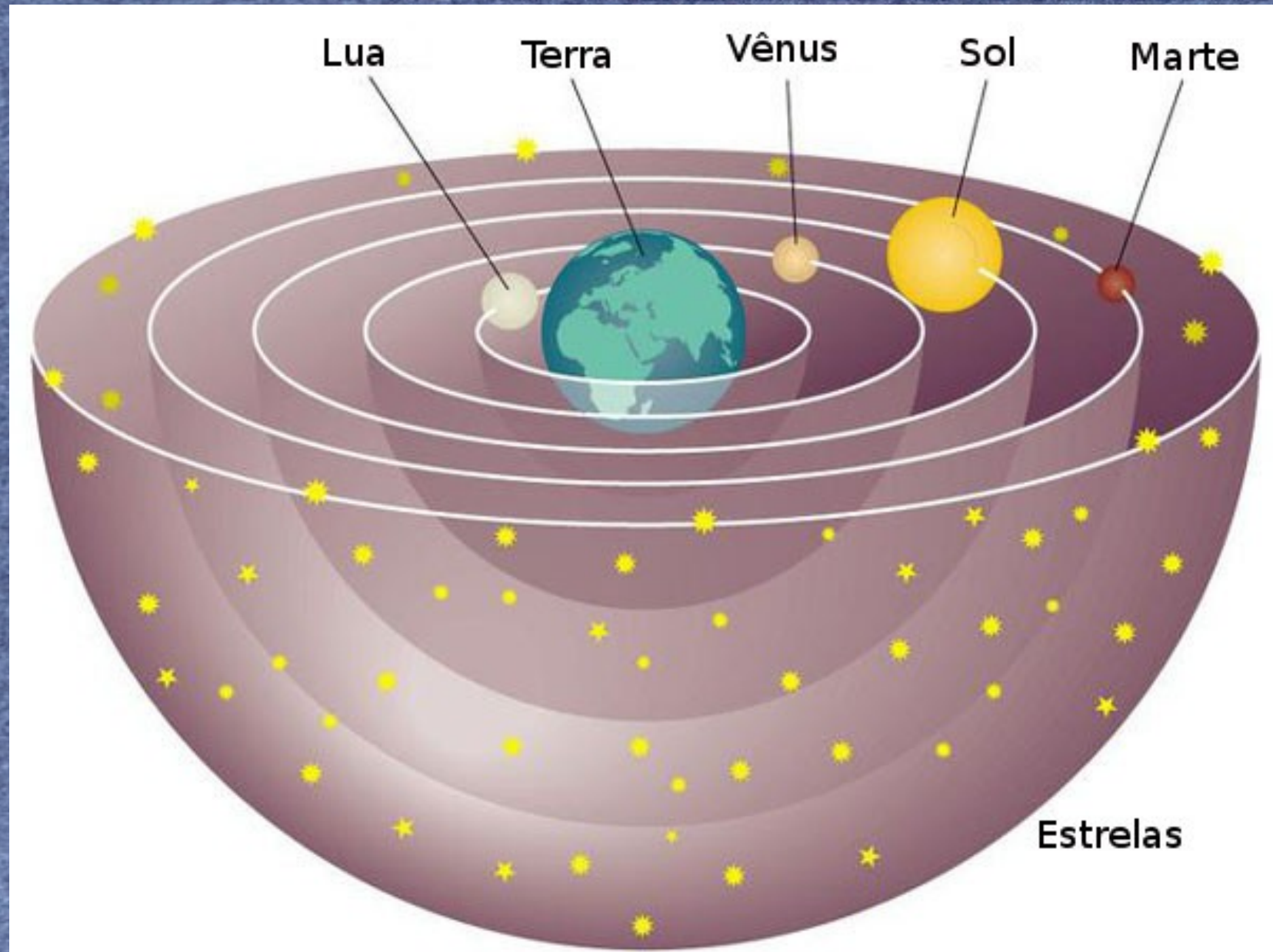
Vs.

- **Sistema supralunares**
(trajetórias circulares)

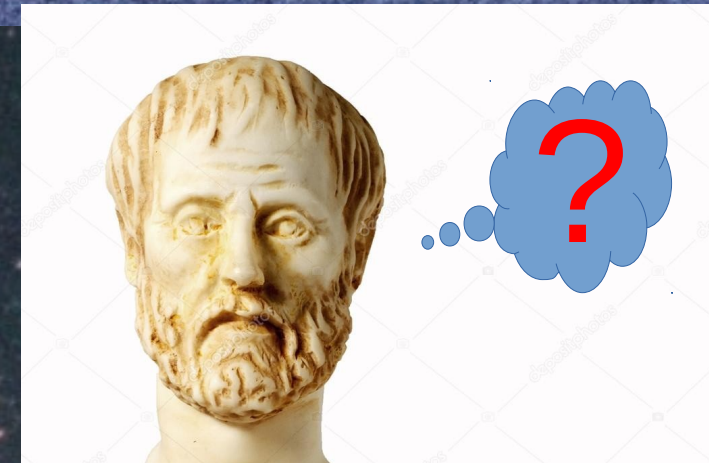
“Sobre o Céu” (350 a.C)

**“Corpos com massas diferentes
caem com velocidades diferentes!”**

Universo aristotélico – esferas celestes

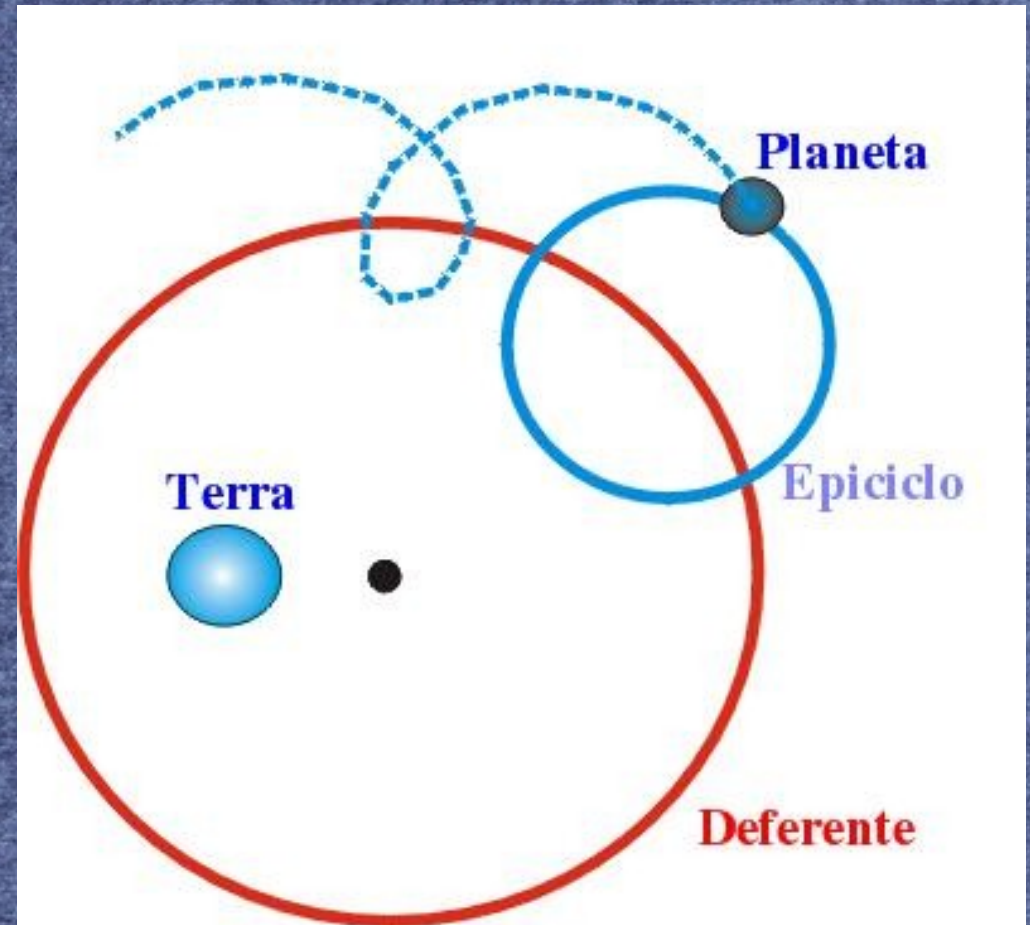


Movimento retrógrado dos planetas



Composição de 29 fotografias mostrando o movimento retrógrado de Marte. Ao fundo, vemos também o movimento de Urano, que não era observado nos tempos de Ptolomeu (<http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap031216.html>).

Claudio Ptolomeu (90 – 168 d.C)

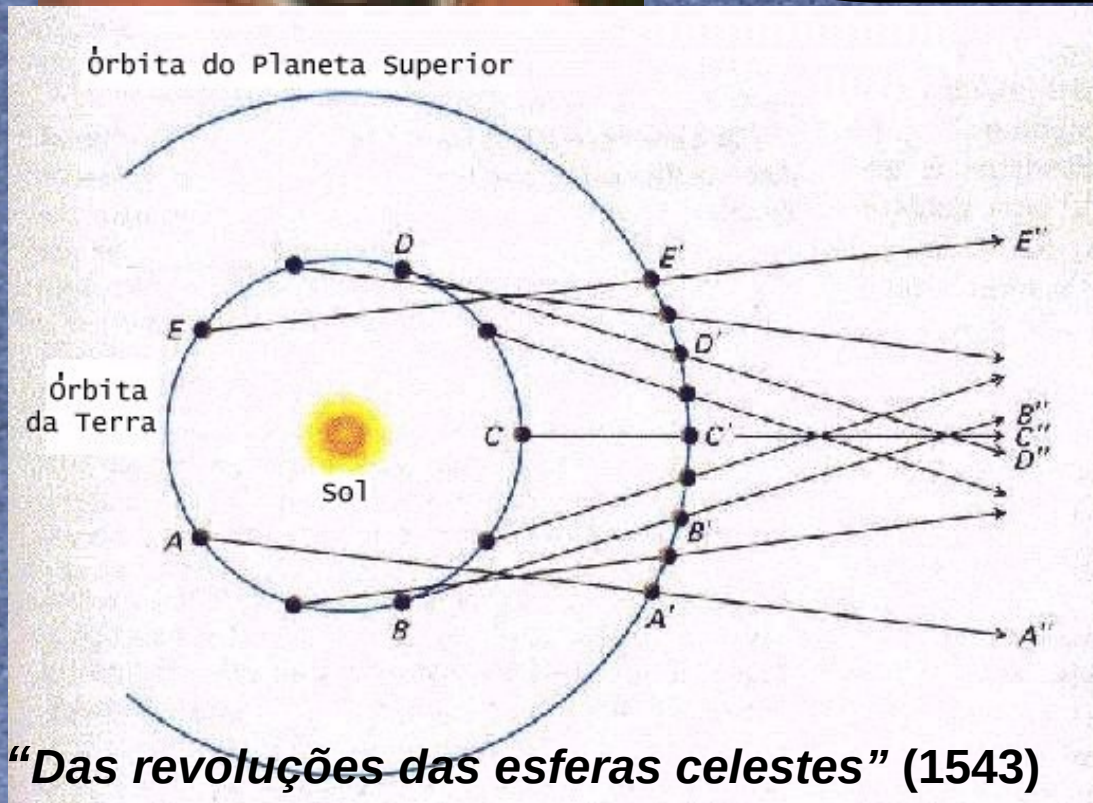


Almagesto (“o grande tratado”), Séc. II

Nicolau Copérnico (1473 - 1543)



- Sistema heliocêntrico
- Quanto mais perto do Sol maior é a velocidade orbital do planeta
- Movimento retrógrado explicado sem necessidade de epiciclos



Johannes Kepler (1571 -1630)



I. Lei das órbitas:

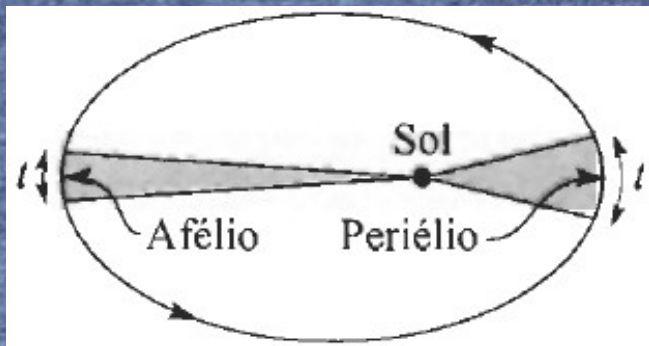
“As órbitas descritas pelos planetas são elípticas com o Sol num dos focos”

II. Lei das áreas:

“O segmento que une um planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais”

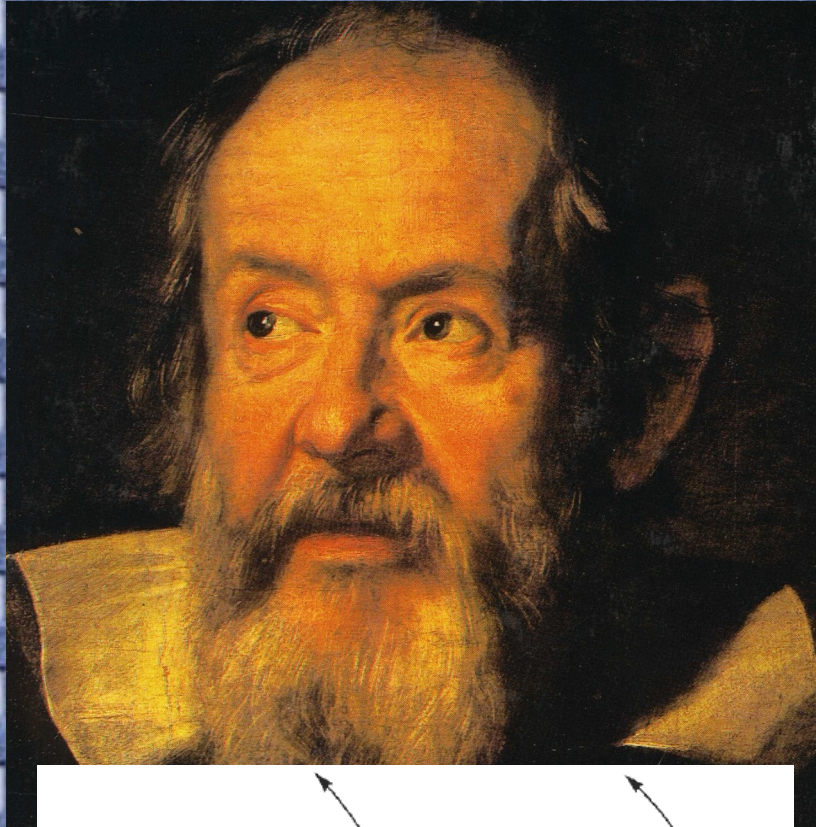
III. Lei dos períodos:

“Os quadrados dos períodos de revolução de dois planetas quaisquer estão entre si como os cubos de suas distâncias médias do Sol”

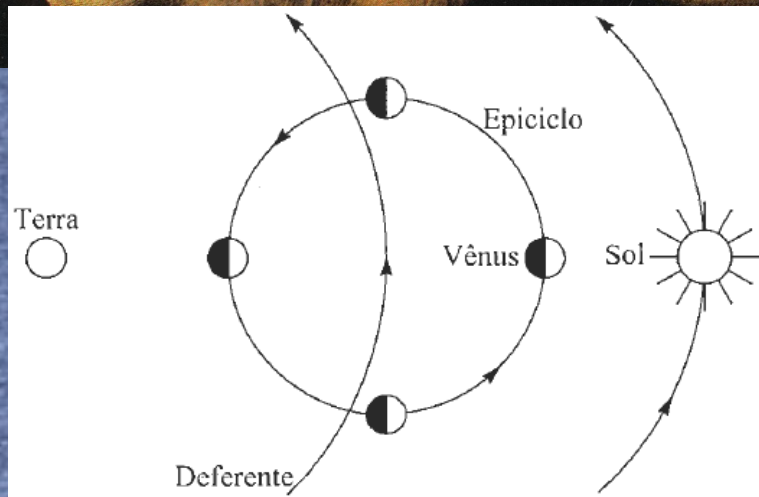


$$(T_1 / T_2)^2 = (R_1 / R_2)^3$$

Galileu Galilei (1564-1642)

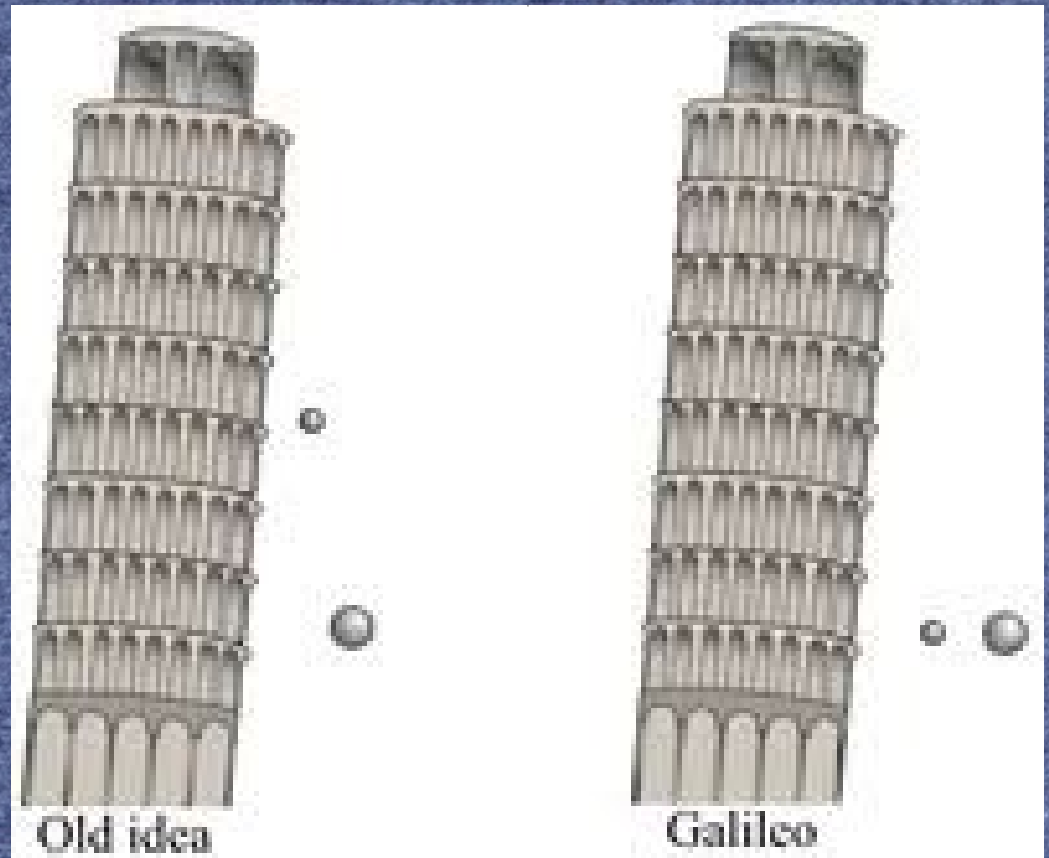
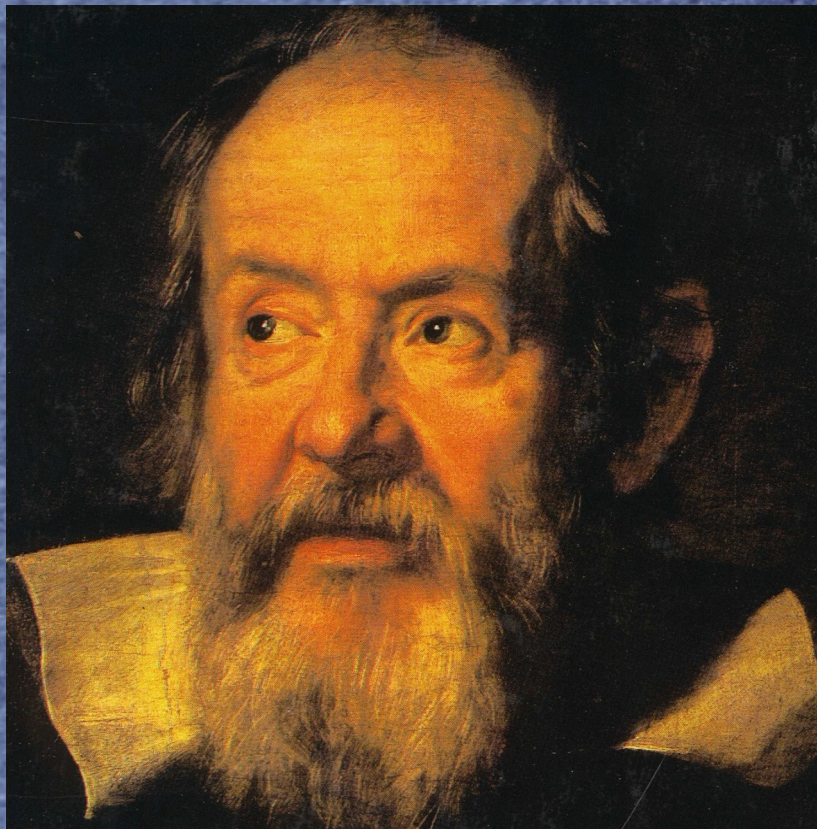


- ♦ Aperfeiçoou o telescópio
- ♦ Identificou propriedades da superfície lunar (vales profundos, montanhas elevadas)
- ♦ Descobriu as luas de Júpiter
- ♦ Descobriu as “fases” de Vênus



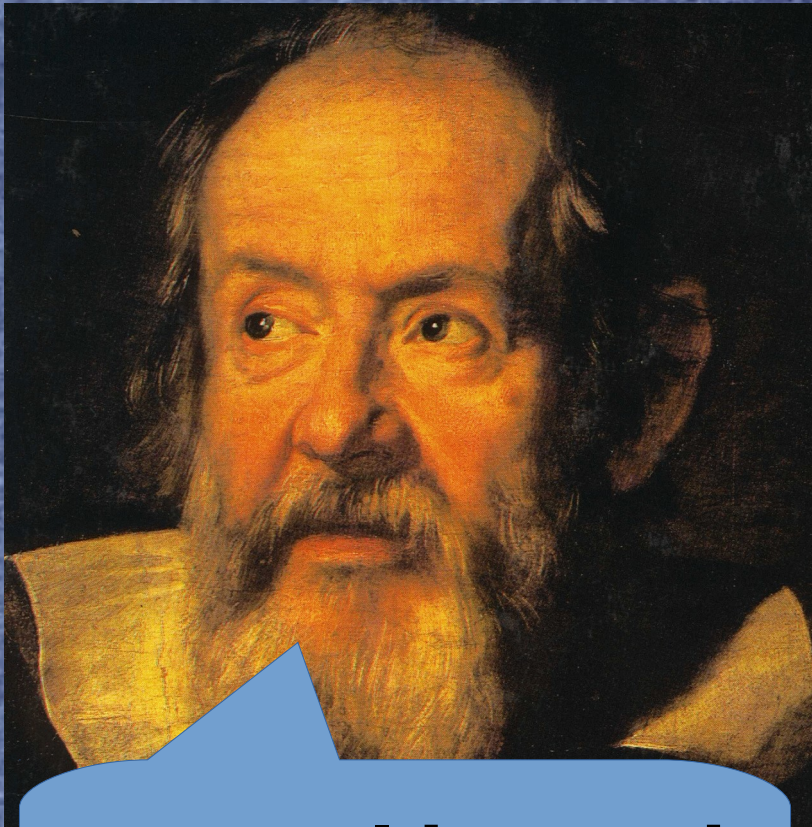
Galileu Galilei (1564-1642)

Sobre a queda dos corpos:

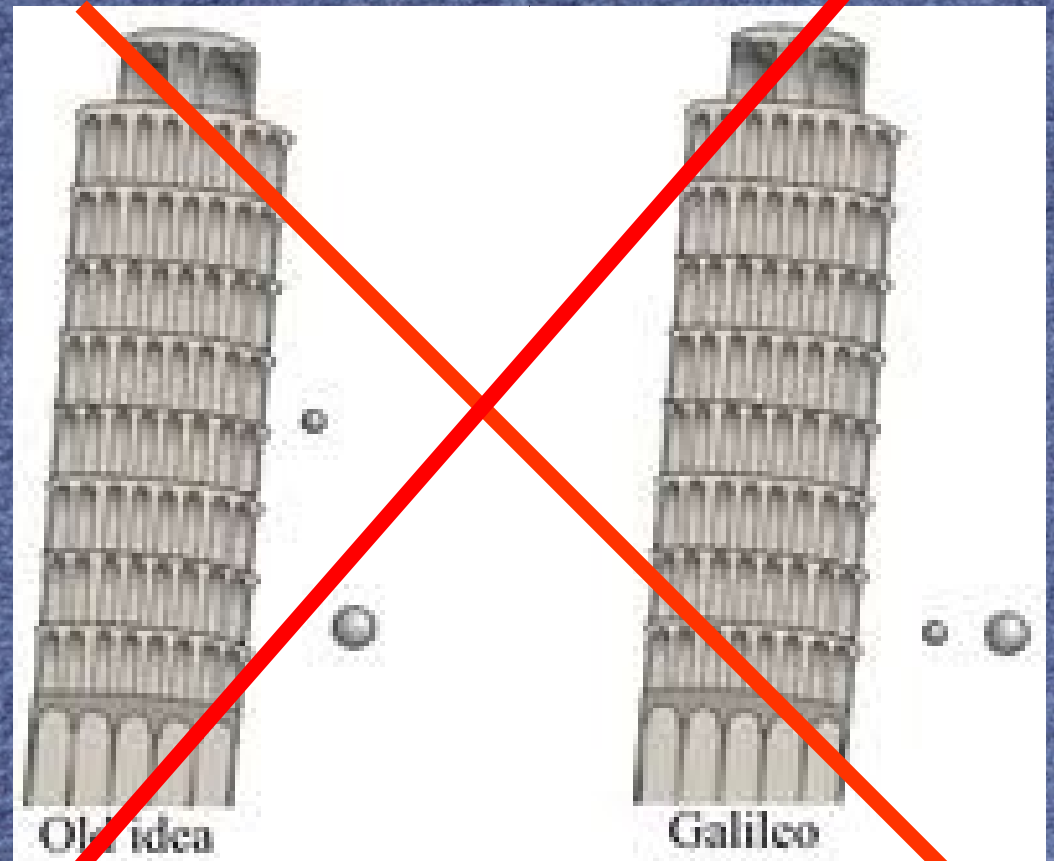


Galileu Galilei (1564-1642)

Sobre a queda dos corpos:

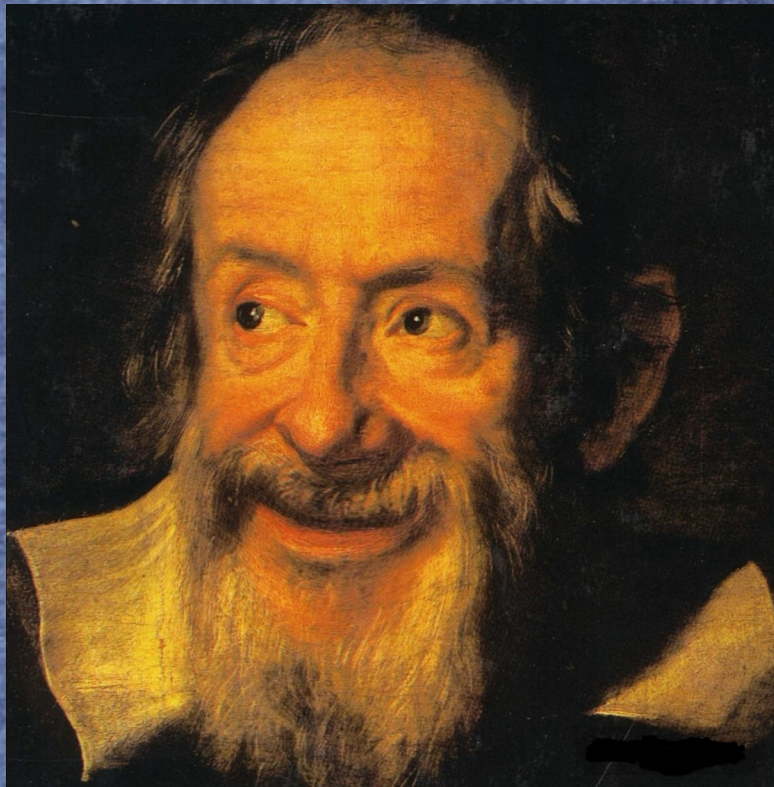


**Non l'ho mai
fatto!**



Galileu Galilei (1564-1642)

Sobre a queda dos corpos:



Plano inclinado (Museo Galileo, Florença, Itália)



Verificou que corpos com diferentes massas tinham tempo de queda iguais!

E também....



D I A L O G O
D I
GALILEO GALILEI LINCEO
MATEMATICO SOPRAORDINARIO
DELLO STUDIO DI PISA.
E Filosofo, e Matematico primario del
SERENISSIMO
GR.DVCA DI TOSCANA.

Doue ne i congressi di quattro giornate si discorre
sopra i due

MASSIMI SISTEMI DEL MONDO
TOLEMAICO, E COPERNICANO;

*Proponendo indeterminatamente le ragioni Filosofiche, e Naturali
tanto per l'una, quanto per l'altra parte.*

CON PRI



VILEGI.

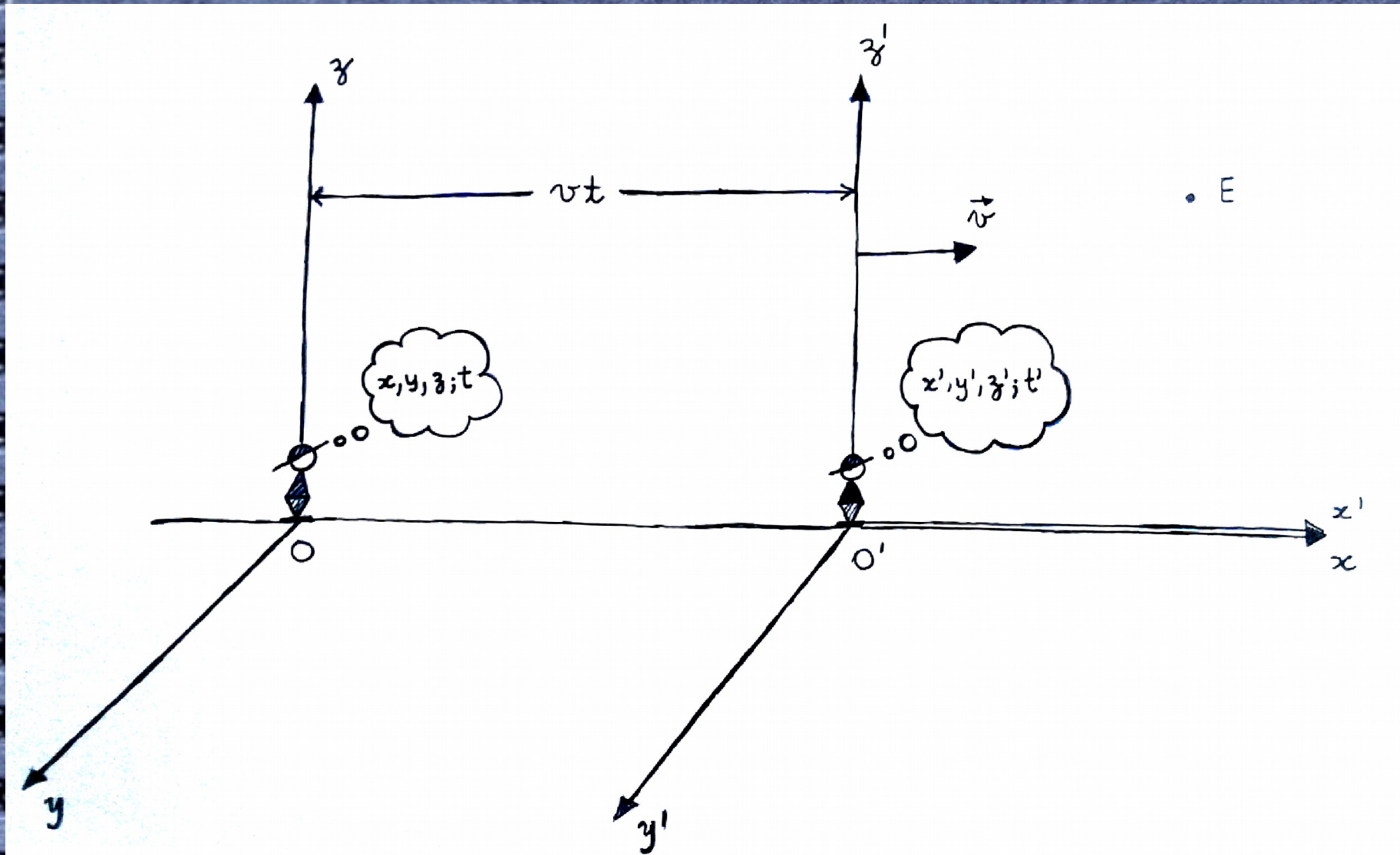
IN FIRENZA, Per Gio: Batista Landini MDCXXXII.

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

“Diálogo sobre os dois principais sistemas do mundo” (1632)

Relatividade Galileana

Considere dois observadores inerciais:



Relatividade Galileana

Transformações de Galileu:

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} u'_x = u_x - v \text{ (lei da adição de velocidades)} \\ a'_x = a_x \end{array}$$

Mecânica newtoniana

- Em O: $F = ma_x$
- Em O': $F'_x = m' a'_x = ma_x$

Princípio da Relatividade:

“As leis da Mecânica são as mesmas para todos os observadores inerciais”

Obs: O mesmo não se observa para o Eletromagnetismo!

Isaac Newton (1643-1727)

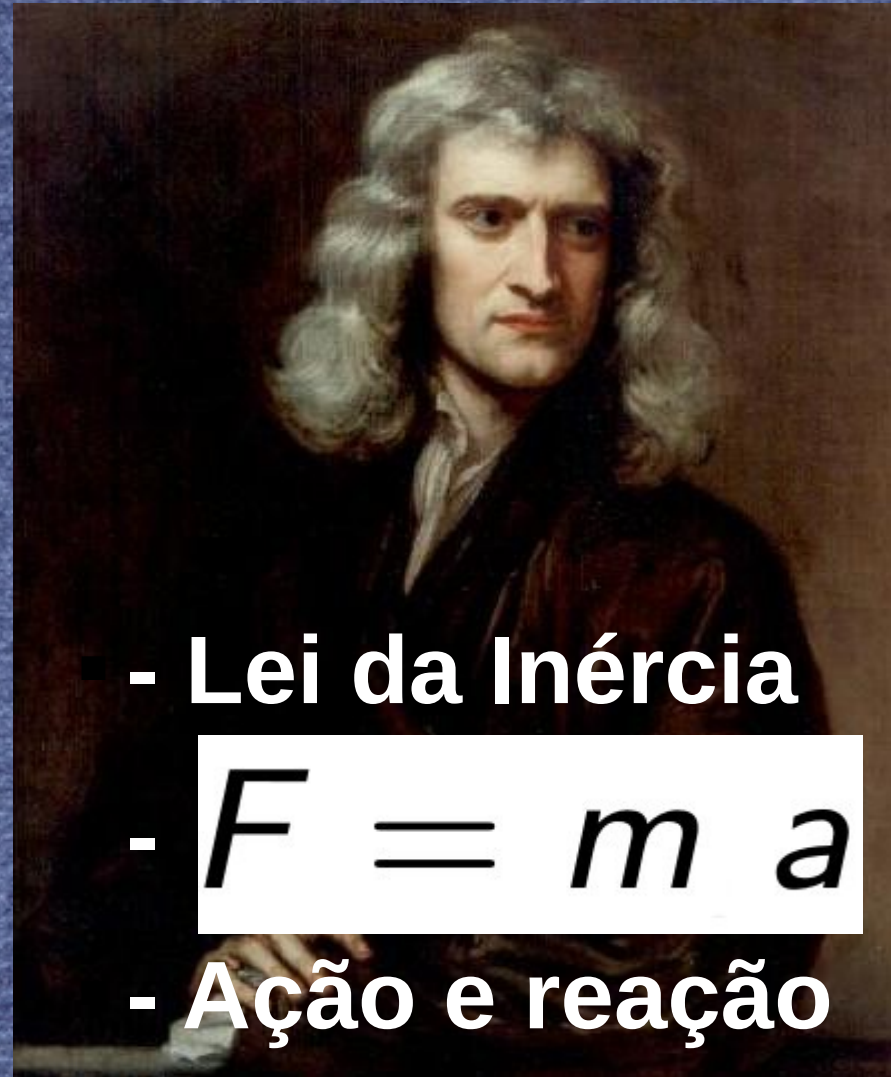
PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore *J. S. NEWTON*, *Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos*
Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPY S, *Reg. Soc. PRÆSES.*
Julii 5. 1686.

LONDINI,

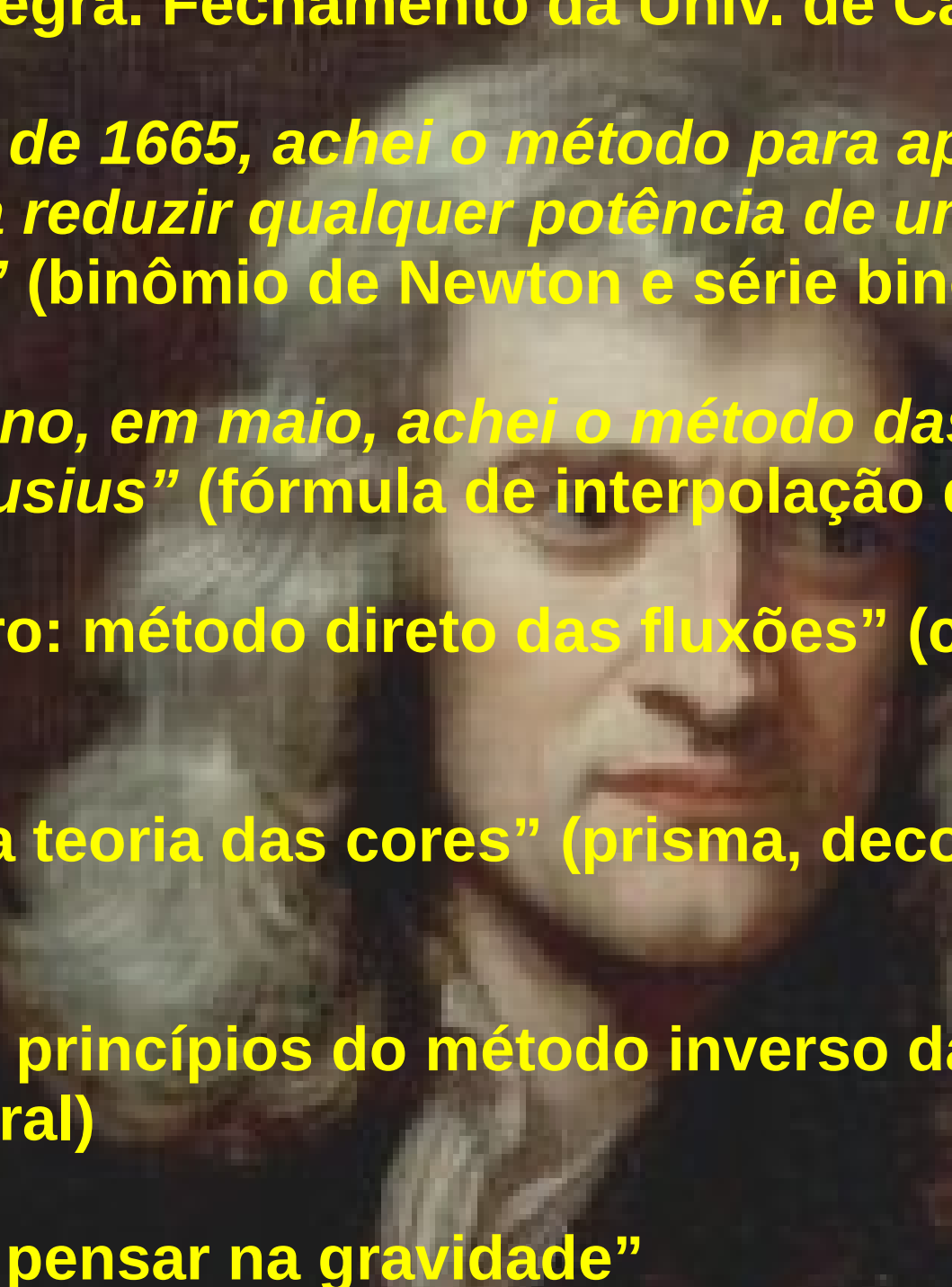
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud
plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

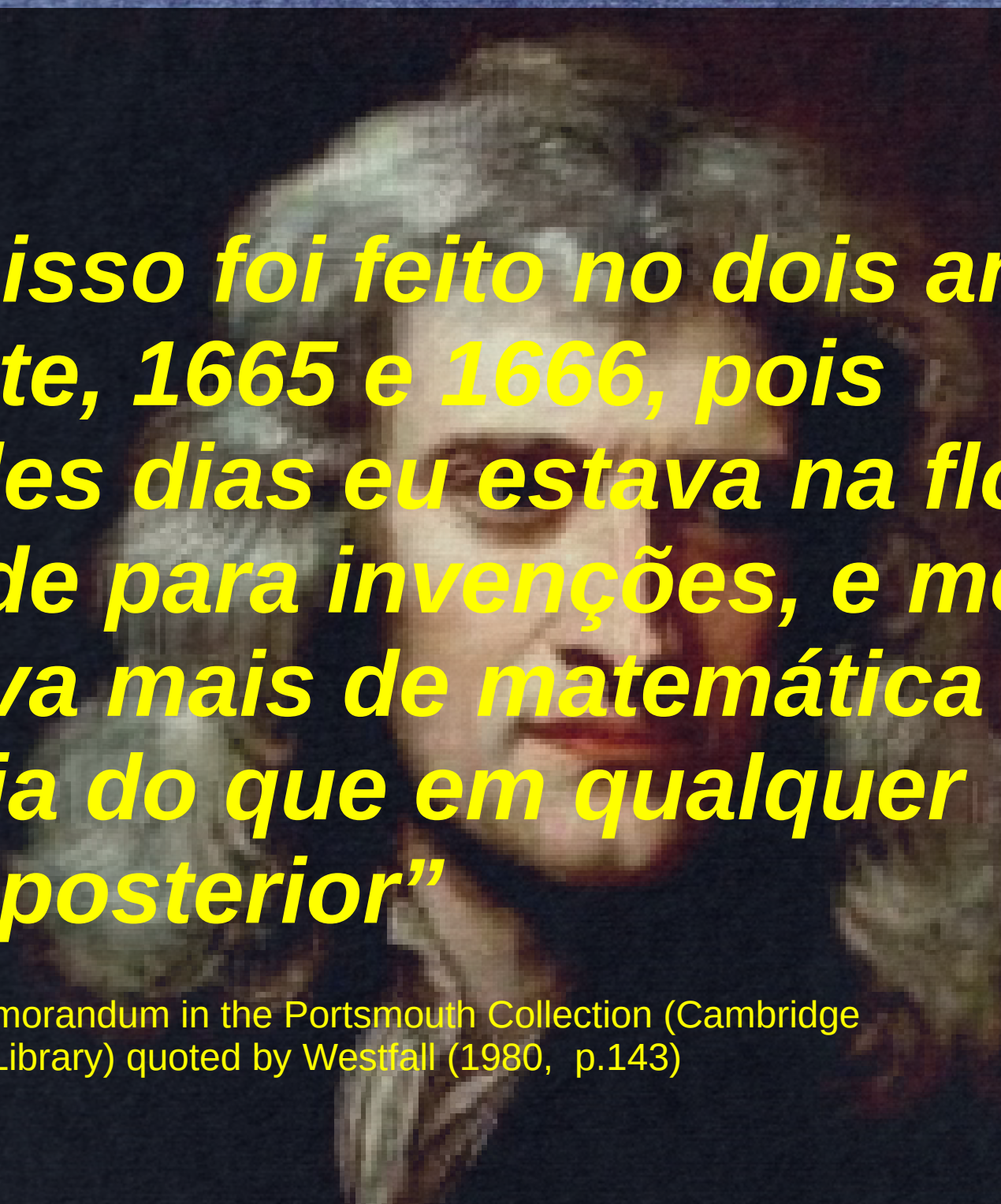


- Lei da Inércia

- $F = m a$

- Ação e reação

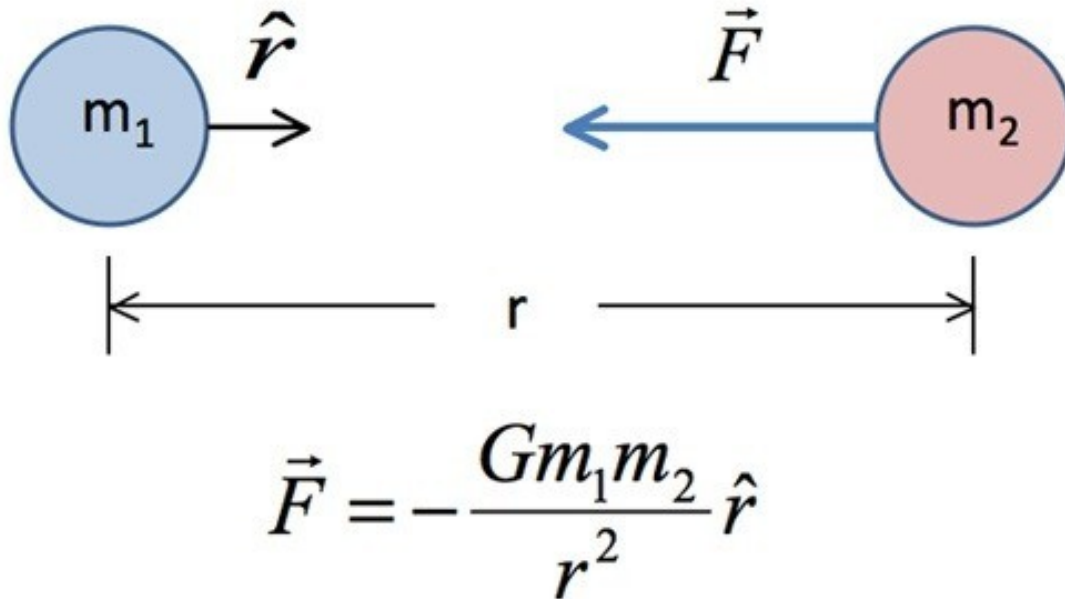
- 
- A portrait of Isaac Newton, showing him from the chest up, wearing a dark coat and a white cravat. He has long, wavy, light-colored hair. The background is dark and textured.
- 1665: Peste negra. Fechamento da Univ. de Cambridge
 - *“No princípio de 1665, achei o método para aproximar séries e a regra para reduzir qualquer potência de um binômio a uma tal série”* (binômio de Newton e série binomial)
 - *“No mesmo ano, em maio, achei o método das tangentes de Gregory e Slusius”* (fórmula de interpolação de Newton)
 - *“Em novembro: método direto das fluxões”* (cálculo diferencial)
 - *“Em janeiro, a teoria das cores”* (prisma, decomposição da luz branca)
 - *“Em maio: os princípios do método inverso das fluxões”* (cálculo integral)
 - *“E comecei a pensar na gravidade”*

A portrait of Isaac Newton, showing him from the chest up, wearing a dark coat and a white cravat. He has a serious expression and is looking slightly to the right. The background is dark and textured.

“Tudo isso foi feito no dois anos de peste, 1665 e 1666, pois naqueles dias eu estava na flor da idade para invenções, e me ocupava mais de matemática e filosofia do que em qualquer época posterior”

1714 – Memorandum in the Portsmouth Collection (Cambridge University Library) quoted by Westfall (1980, p.143)

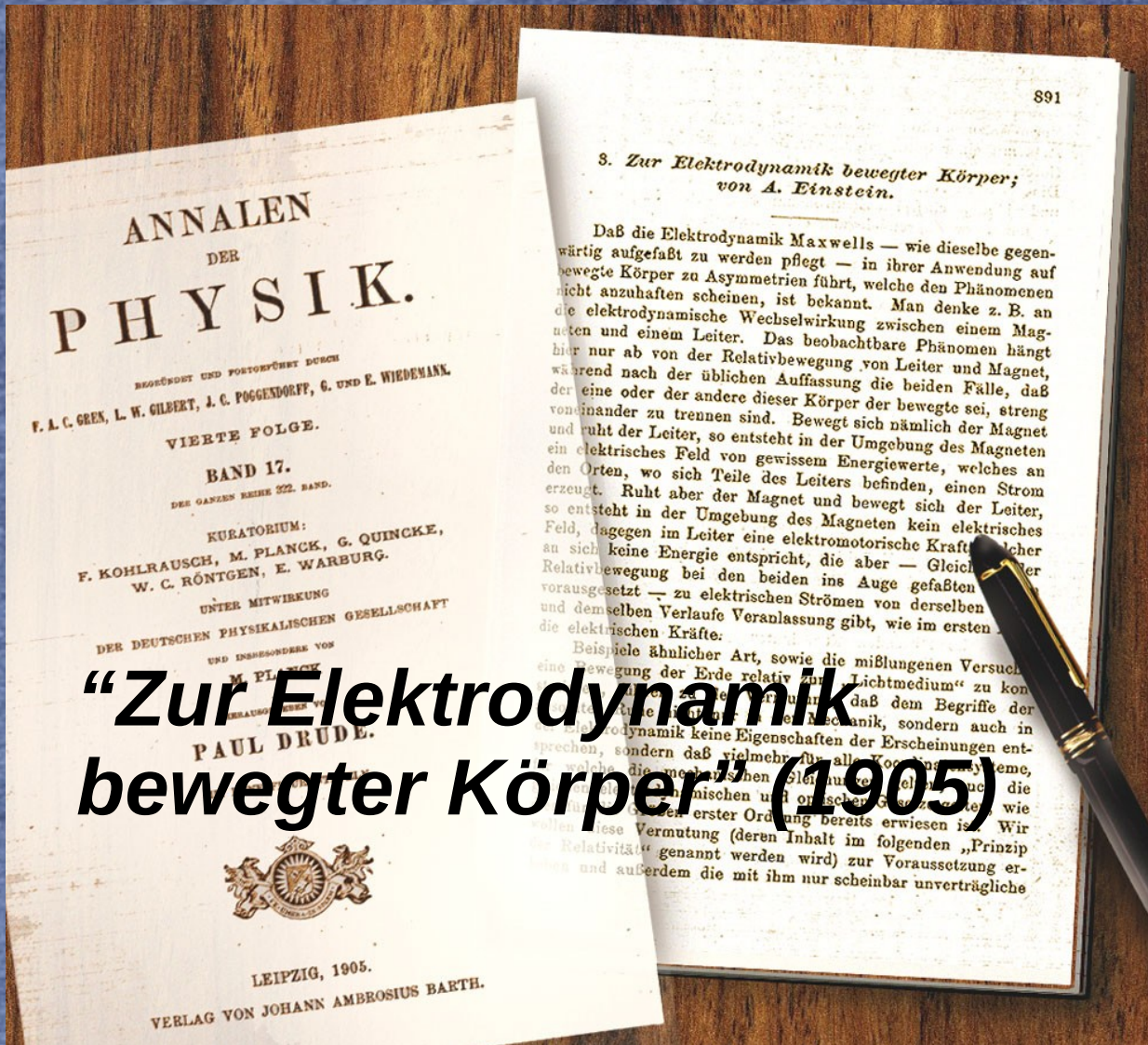
Lei da gravitação universal



“A força entre duas partículas quaisquer, de massas m_1 e m_2 , separadas pela distância r , é atrativa e age ao longo da linha que une às partículas”

- Os corpos “caem” por sofrerem ação de uma **força**;
- Bem sucedida na descrição de um amplo leque de fenômenos (deduz as leis de Kepler);
- **Ação instantânea à distância;**

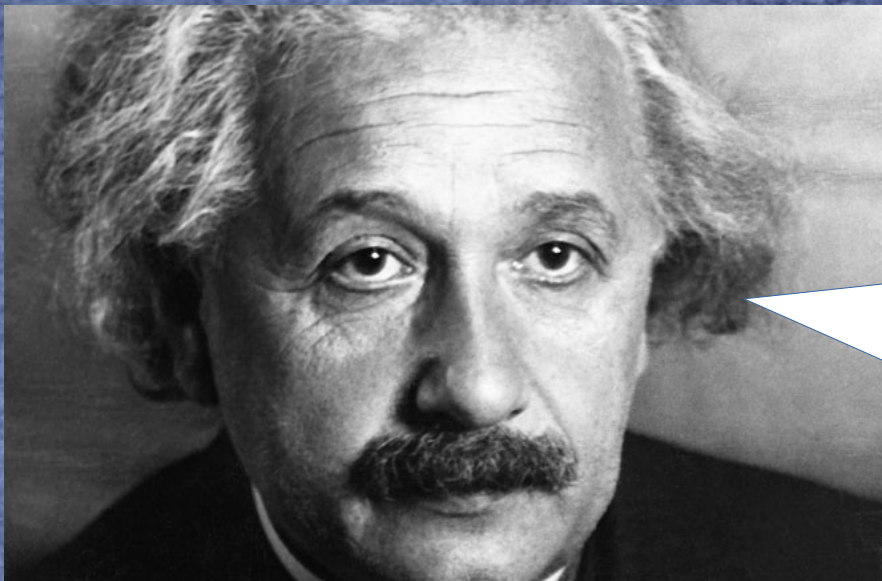
Relatividade Especial



Albert Einstein (1879 - 1954)

Simultaneidade

- **Relatividade Especial:** Simultaneidade não é um conceito absoluto
- **Gravitação Newtoniana:** Ação instantânea à distância



A teoria newtoniana é incompatível com a Relatividade Especial!

Precisamos de uma teoria relativística para a gravitação!

Massa inercial Vs. Massa gravitacional

- **Massa inercial:** nos diz quanto um corpo resiste à aceleração

$$F = m_I a$$

- **Massa gravitacional:** nos diz o quão forte um corpo sente um campo gravitacional

$$F_g = \frac{GMm_g}{r^2}$$

Massa inercial Vs. Massa gravitacional

Aceleração gravitacional:

$$a = \frac{GM}{r^2} \left(\frac{m_g}{m_I} \right)$$

Se $m_I = m_g$

...então a aceleração é localmente a mesma para todos os corpos (confirmado por experimentos!)

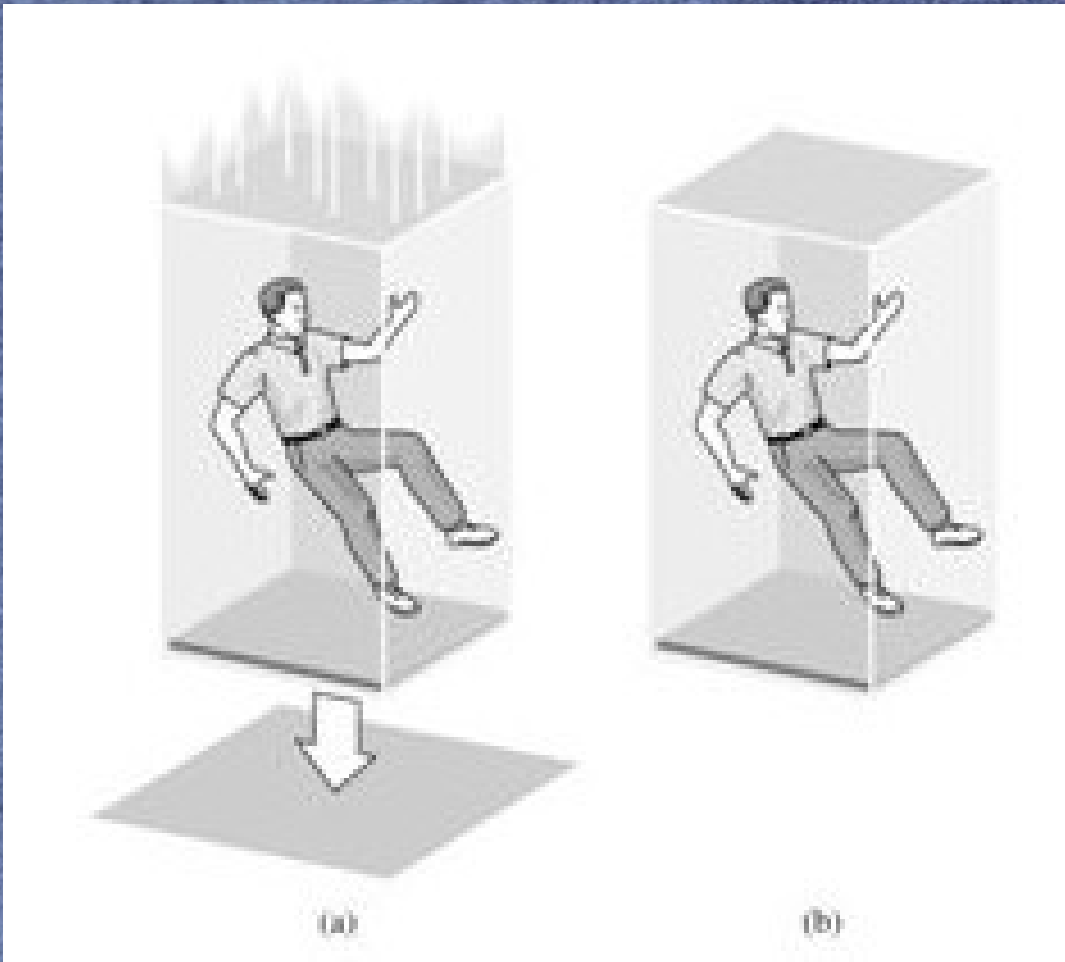
BBC TWO



000000 000000 000000 000000

000000 000000 000000 000000

Princípio da Equivalência

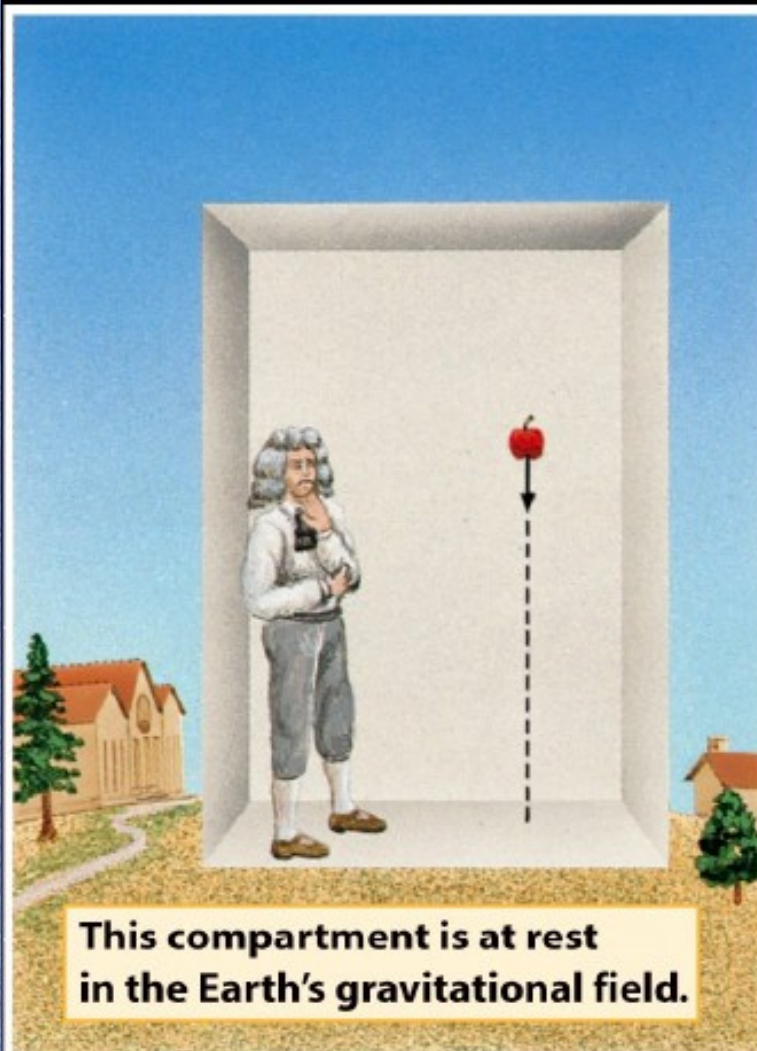


Einstein postulou que:

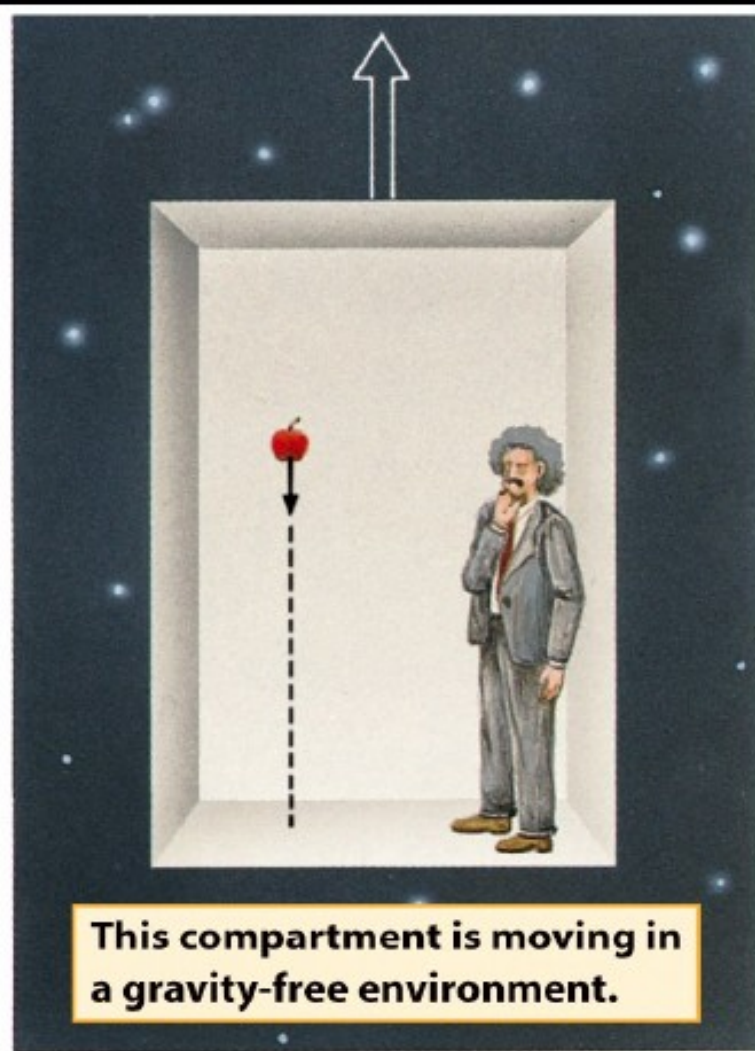
“Referenciais em queda livre, sem rotação, são fisicamente equivalentes”

(Princípio da Equivalência de Einstein)

Princípio da Equivalência



(a) The apple hits the floor of the compartment because the Earth's gravity accelerates the apple downward.



(b) The apple hits the floor of the compartment because the compartment accelerates upward.

Introdução à Teoria da Relatividade Geral

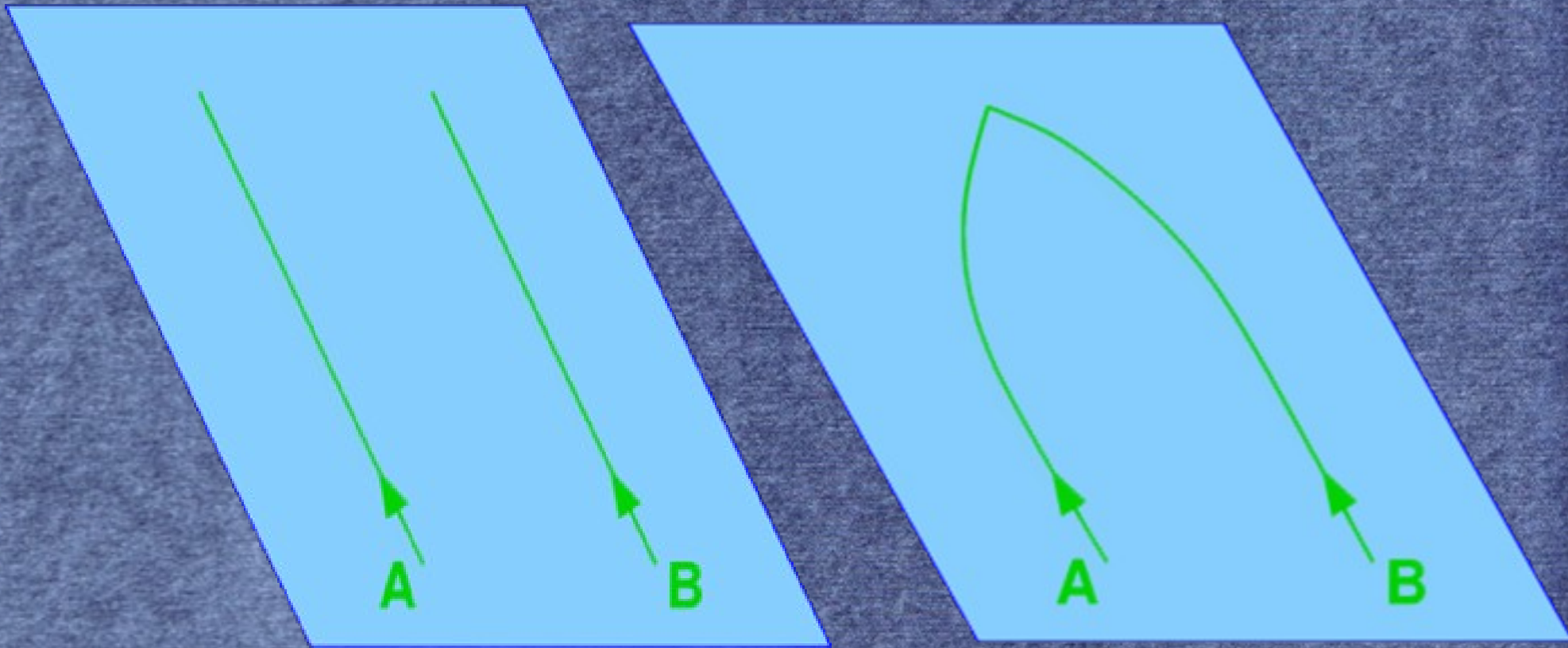
2ª Aula

Thiago R. P. Caramês



Vila Velha, 10 de Maio de 2019

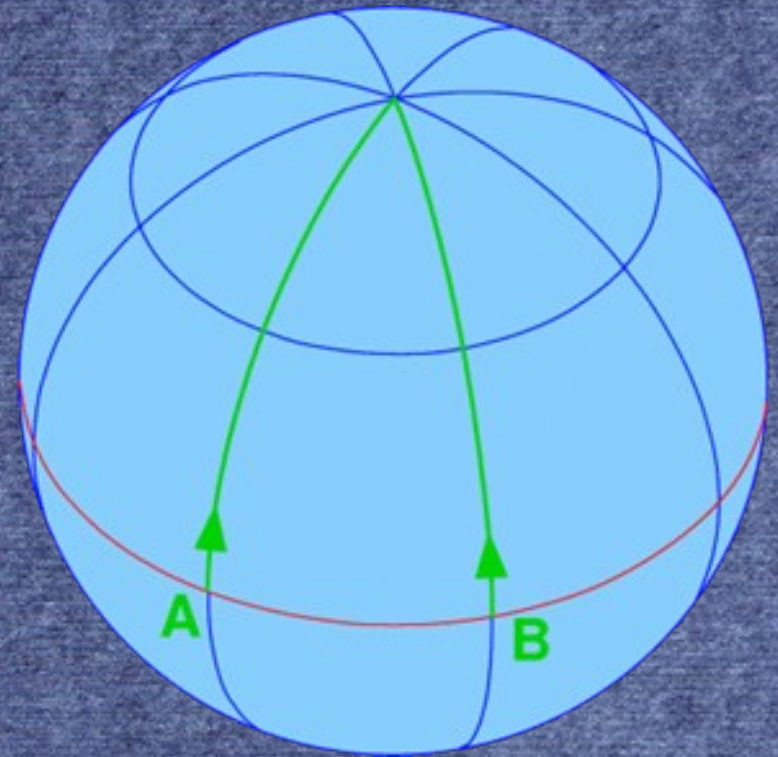
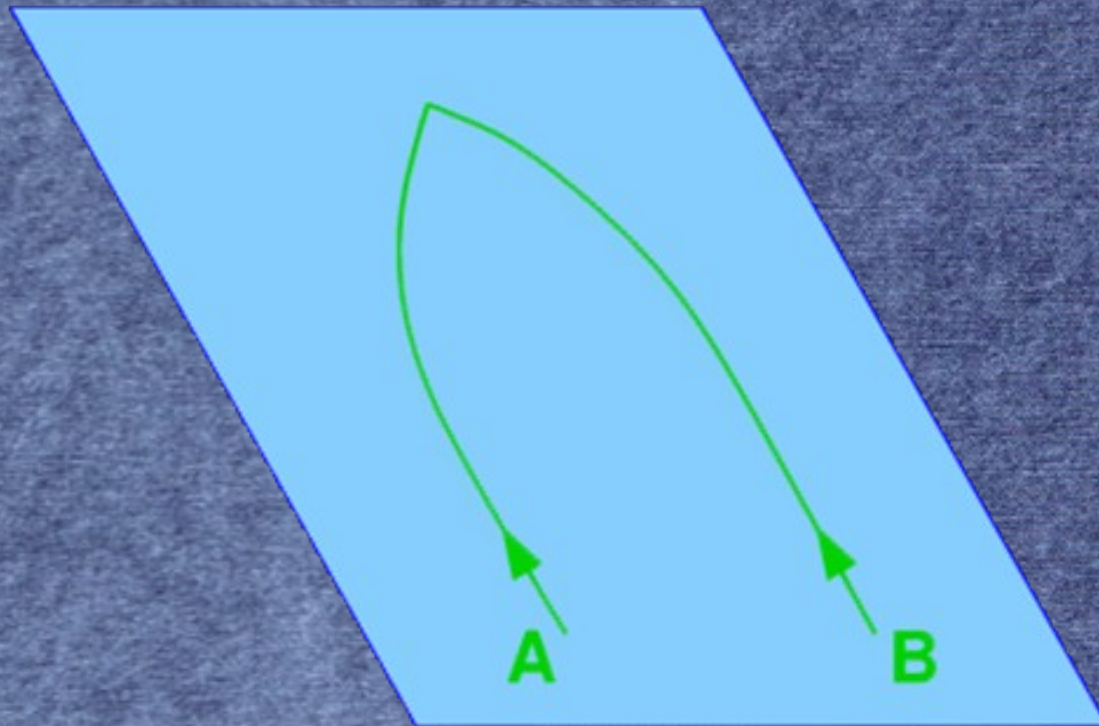
Gravidade: Força Vs. Geometria



ESQUERDA: A e B possuem $\mathbf{a}=\mathbf{0}$, seguem linhas retas.

DIREITA: A e B estão sujeitas a uma força e se desviam de trajetórias retilíneas.

Gravidade: Força Vs. Geometria



- As partículas também se desviam da trajetória retilínea se a geometria for curva;
- Elas seguem uma geodésica (o caminho “mais reto” possível) nesse espaço;

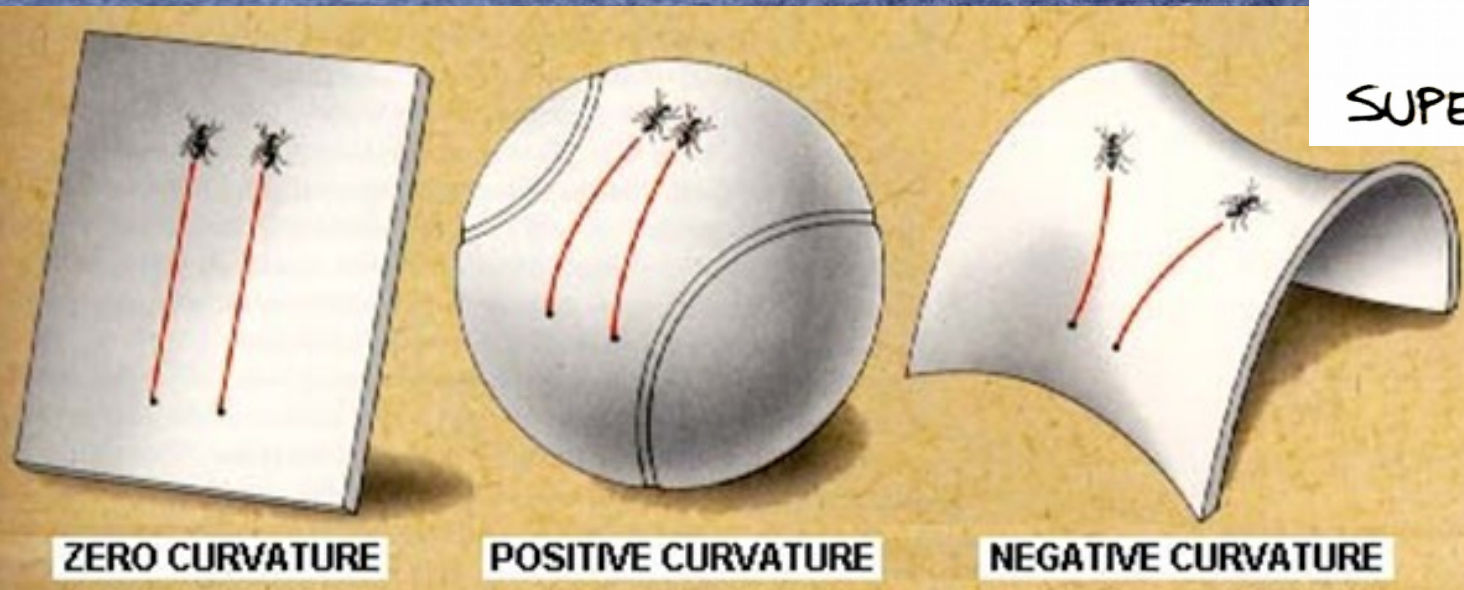
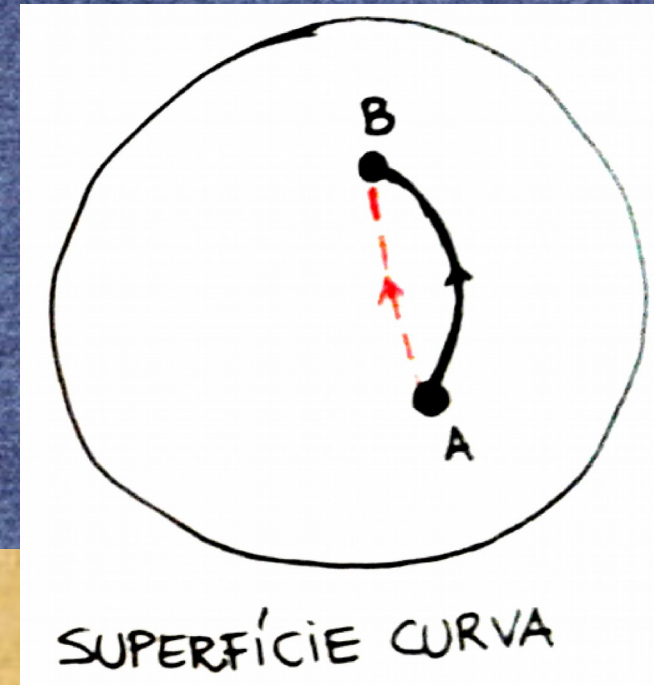
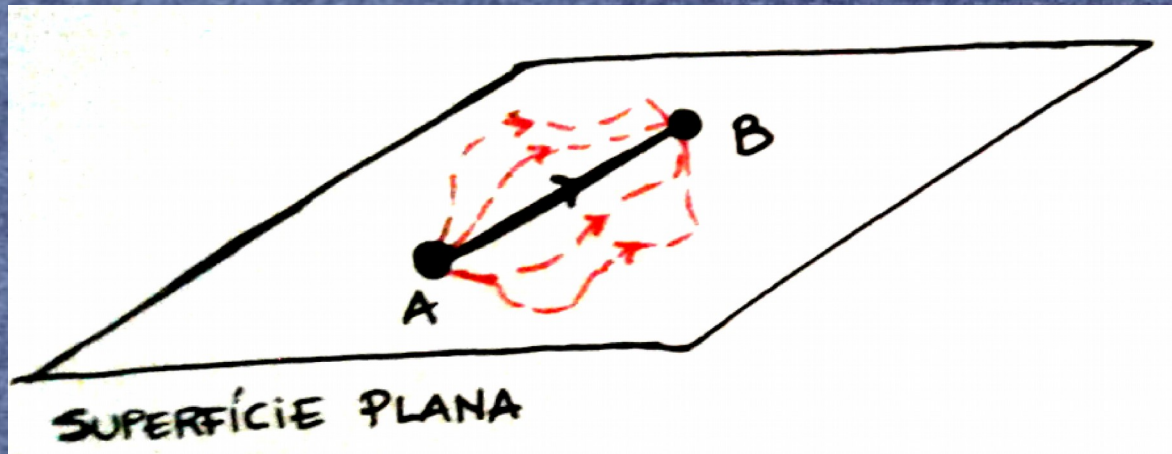
Newton Vs Einstein

	Newton	Einstein
$m_i = m_g$	Coincidência	Consequência de um princípio fundamental
Gravidade	Força	Geometria

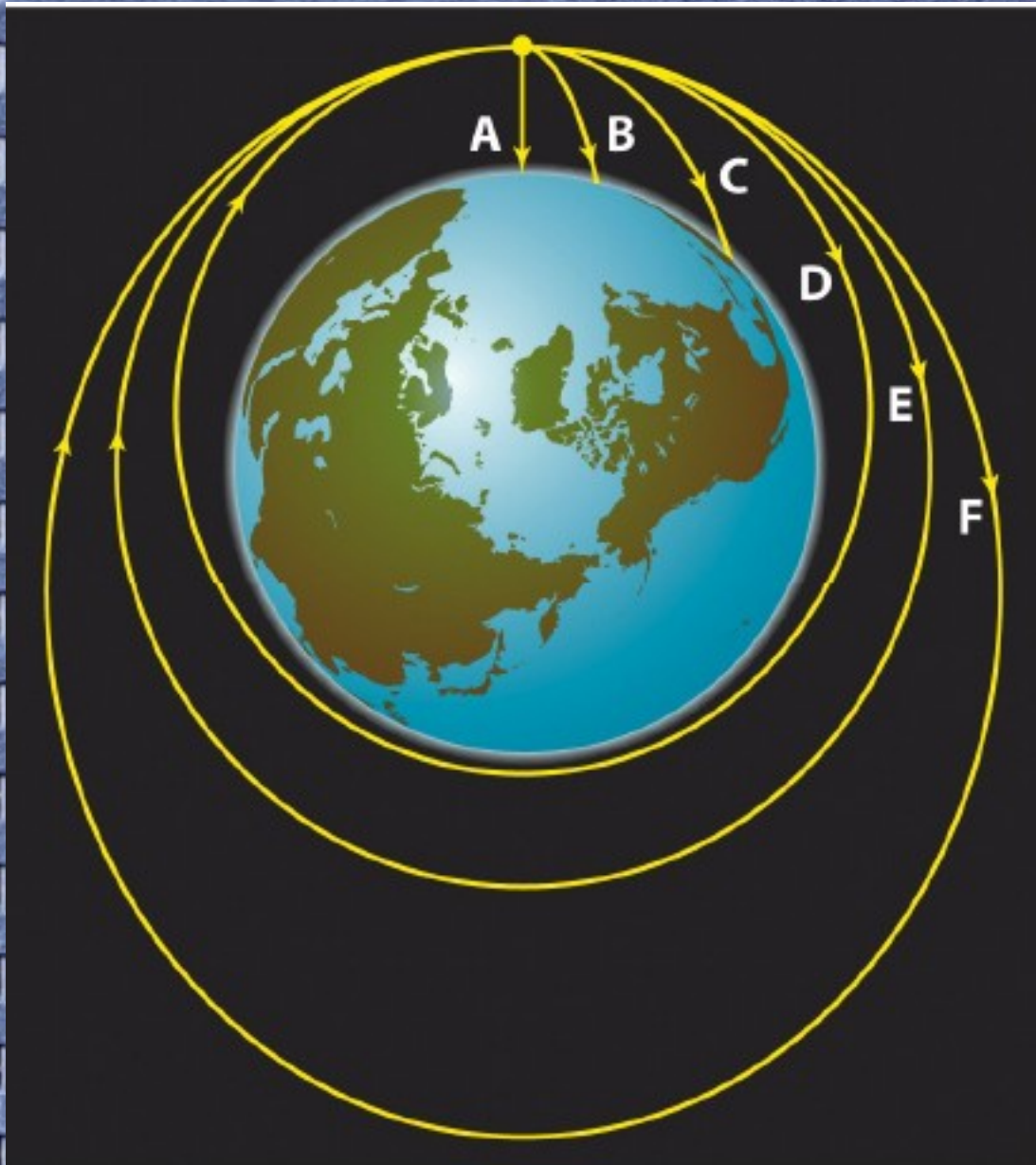
Hipótese geodésica: um referencial em queda livre segue um caminho geodésico num espaço-tempo curvo!

Geodésica

- O menor caminho entre os dois pontos num determinado espaço:



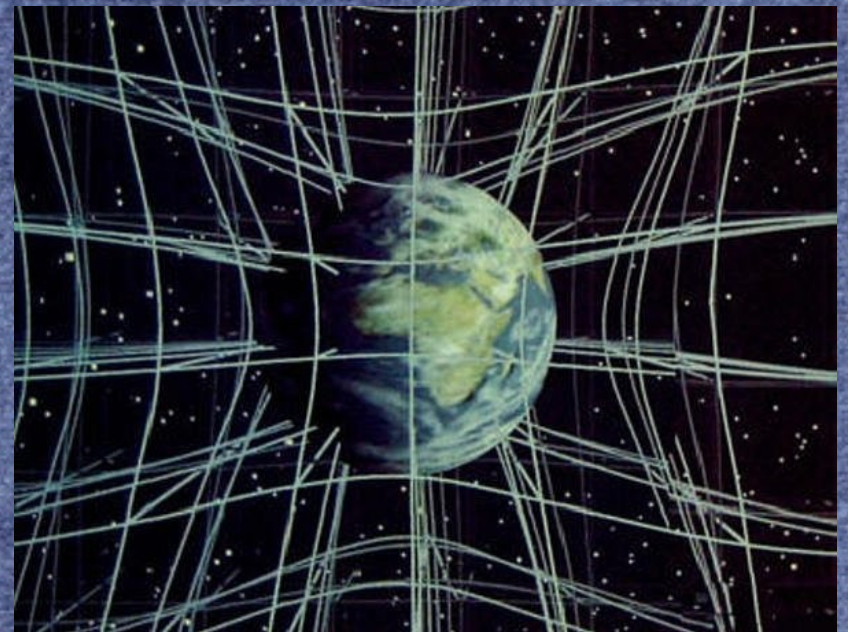
Órbitas segundo RG



- ♦ Localmente não há força: todas as órbitas representam “queda livre”
- ♦ Nenhuma aceleração é sentida por observadores nas diferentes trajetórias
- ♦ Caminho mais “retilíneo possível numa geometria curva”

Relatividade Geral: uma teoria geométrica da gravidade

O espaço-tempo ao redor de um campo gravitacional é curvo!

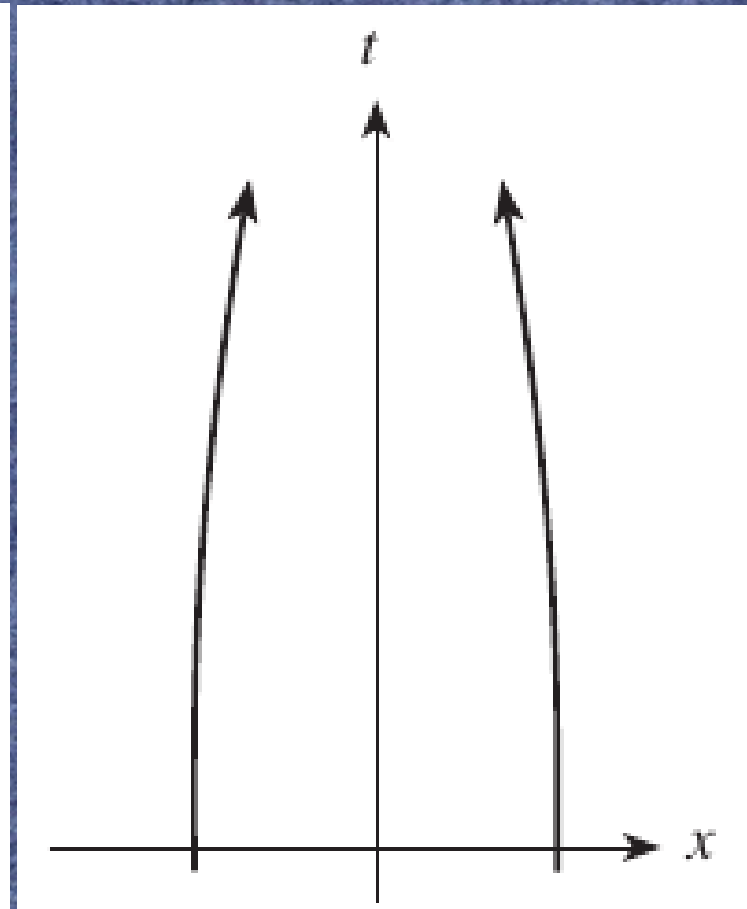
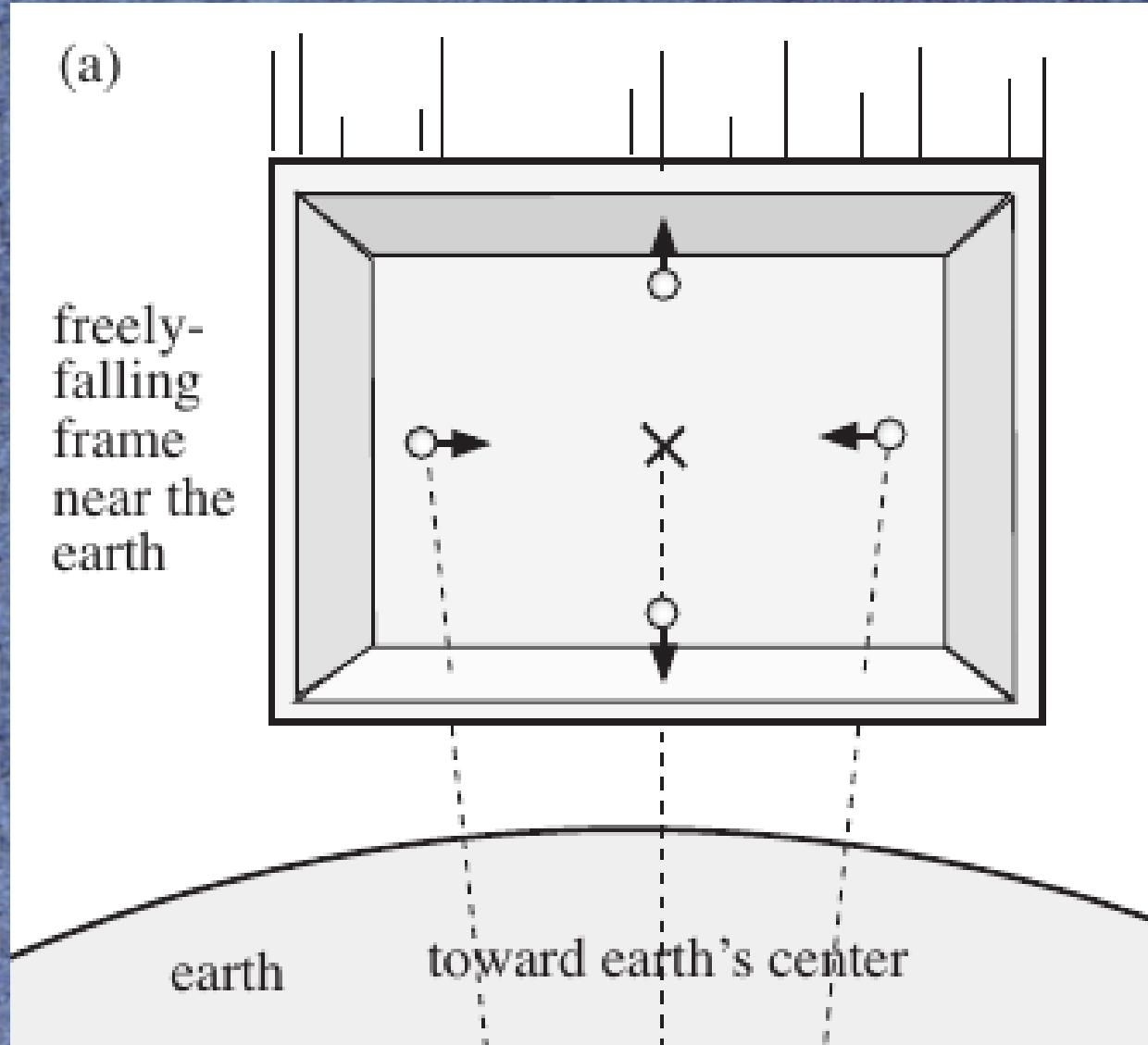


Mas...

- Seriam os efeitos gravitacionais totalmente eliminados pela queda livre?
- Seria possível um observador em queda livre realizar um experimento capaz de detectar o campo gravitacional?



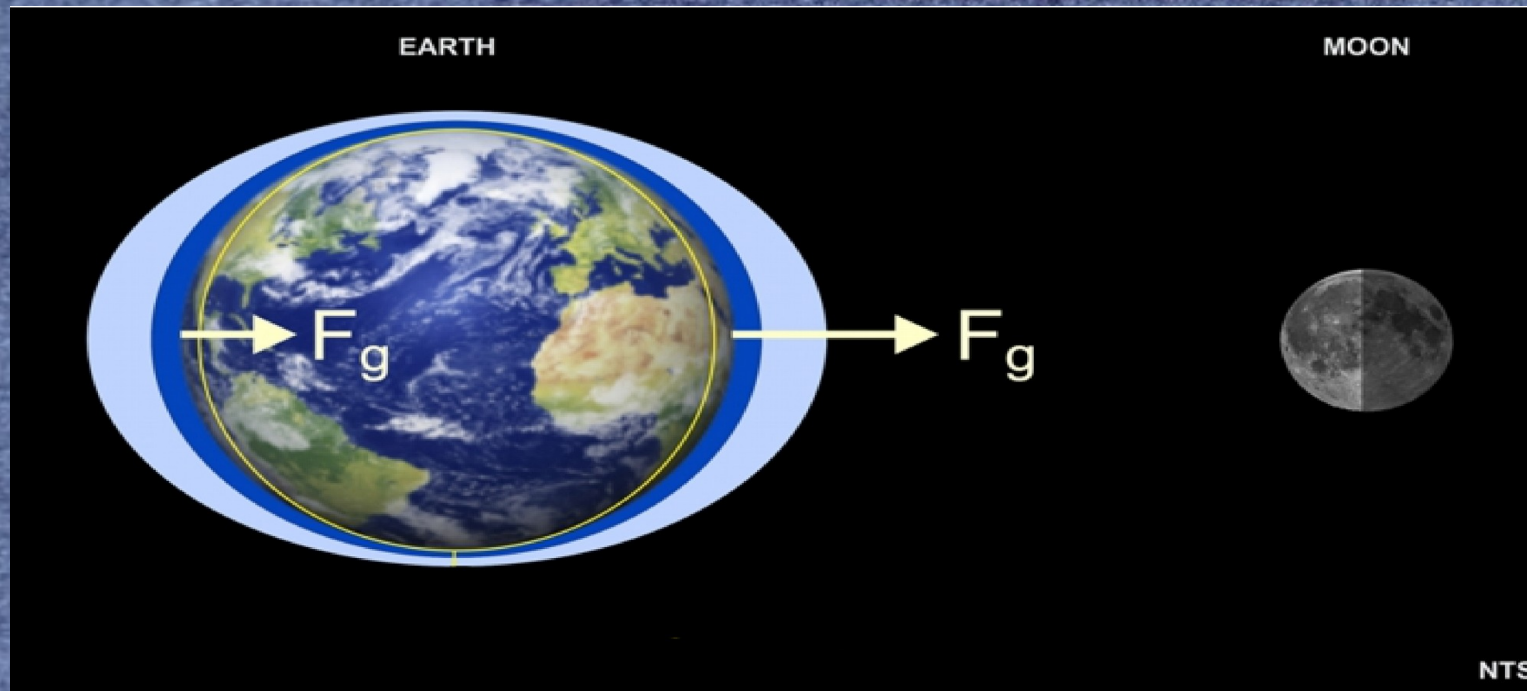
Forças de maré = Curvatura (RG)



As trajetórias são inicialmente paralelas, depois de curvam!

Efeitos de maré

São explicado pela gravitação newtoniana:



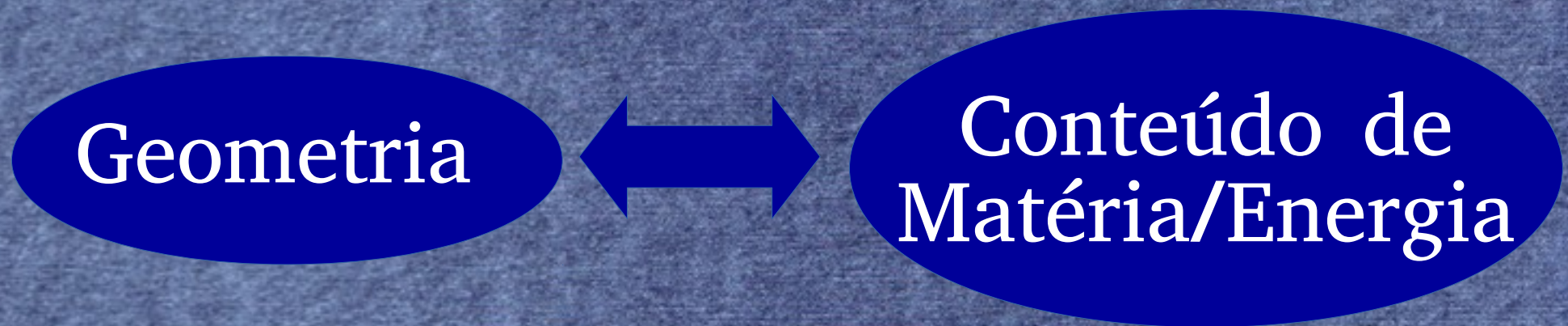
RG: uma teoria geométrica da gravidade

O espaço-tempo ao redor de um campo gravitacional é curvo!

Precisamos traduzir isso para uma linguagem matemática!

RG: uma teoria geométrica da gravidade

Precisaremos de:



...e também

Como descrever o movimento
em queda livre numa certa geometria?

As equações de Einstein

“As equações de campo da gravitação”
(A. Einstein, 2015)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

844 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 25. November 1915

Die Feldgleichungen der Gravitation.

Von A. EINSTEIN.

Solução de Schwarzschild

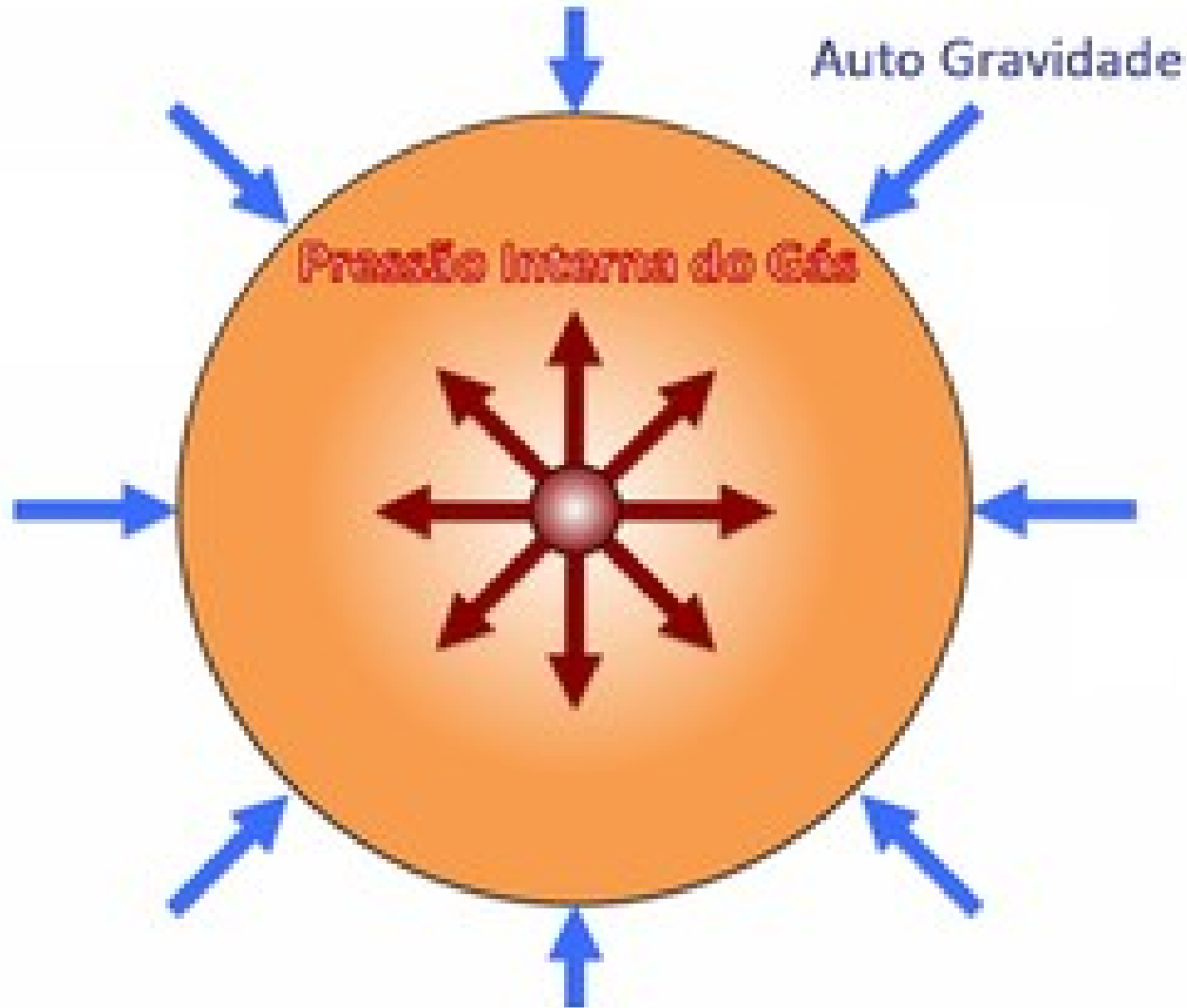


“...como você vê, a guerra me tratou gentilmente o suficiente, apesar da artilharia pesada, para permitir-me ficar longe de tudo e aproveitar esta caminhada na terra de suas ideias...”

(Dezembro de 1915, em carta a Einstein)

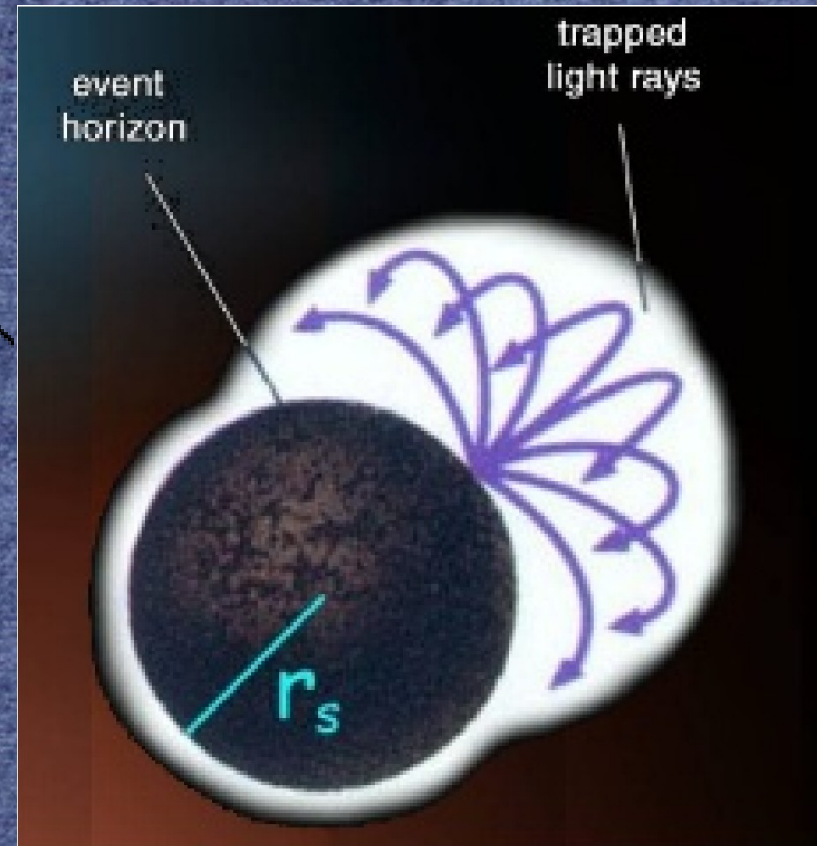
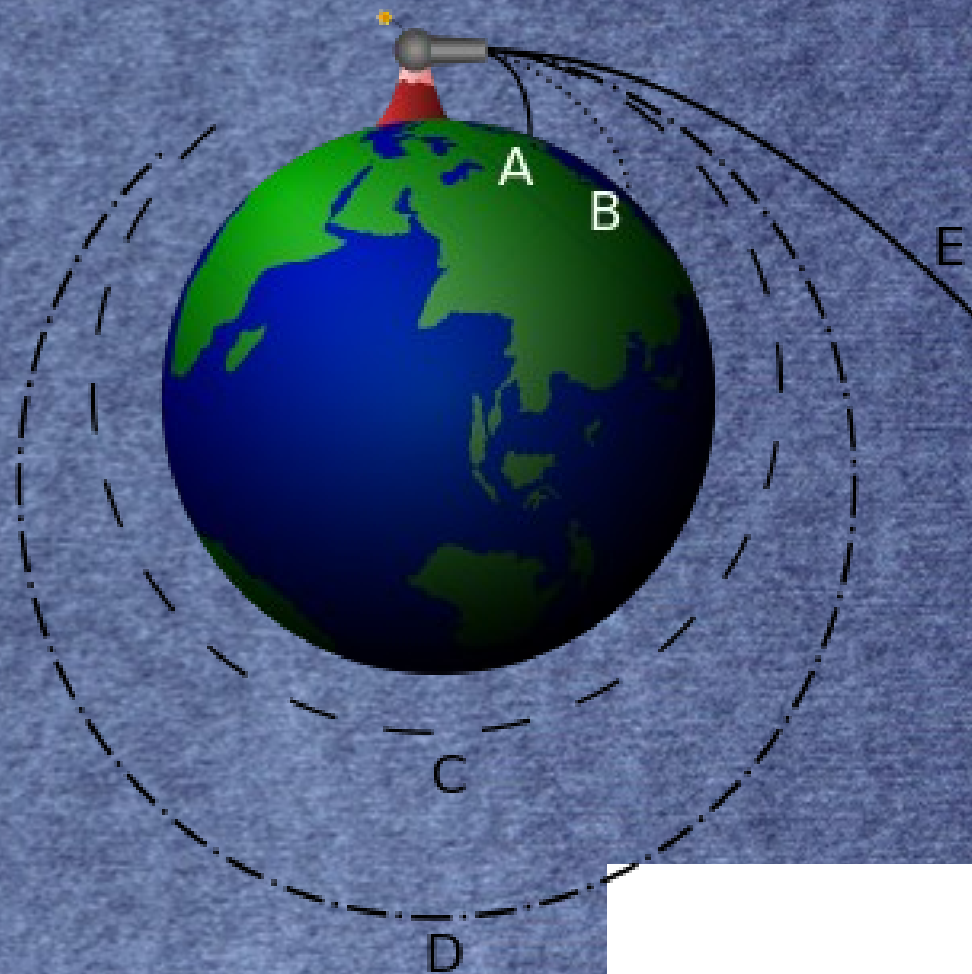
Karl Schwarzschild (1873 -1916)

Colapso gravitacional



Equilíbrio Hidrostático

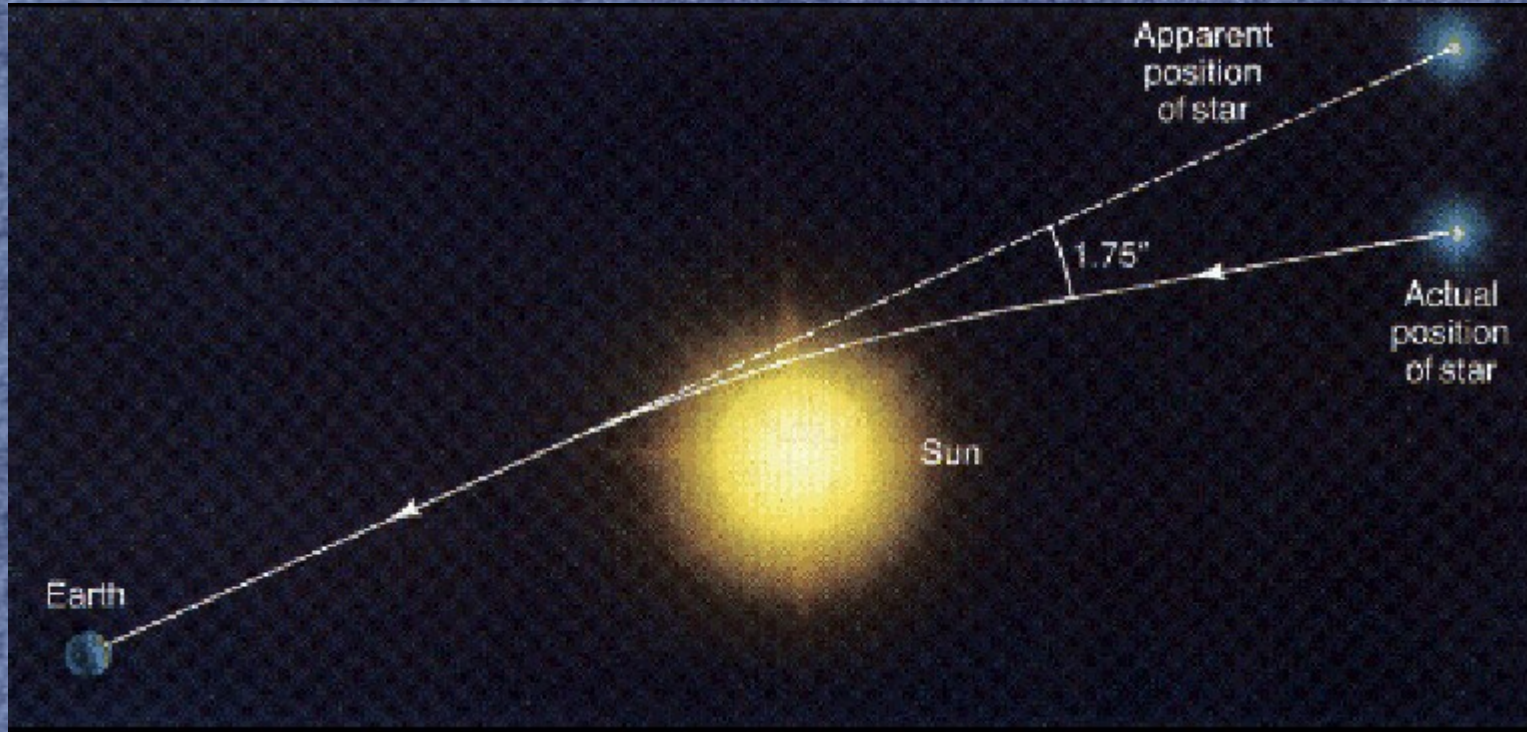
Velocidade de escape e buraco negro



$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Testes clássicos da RG

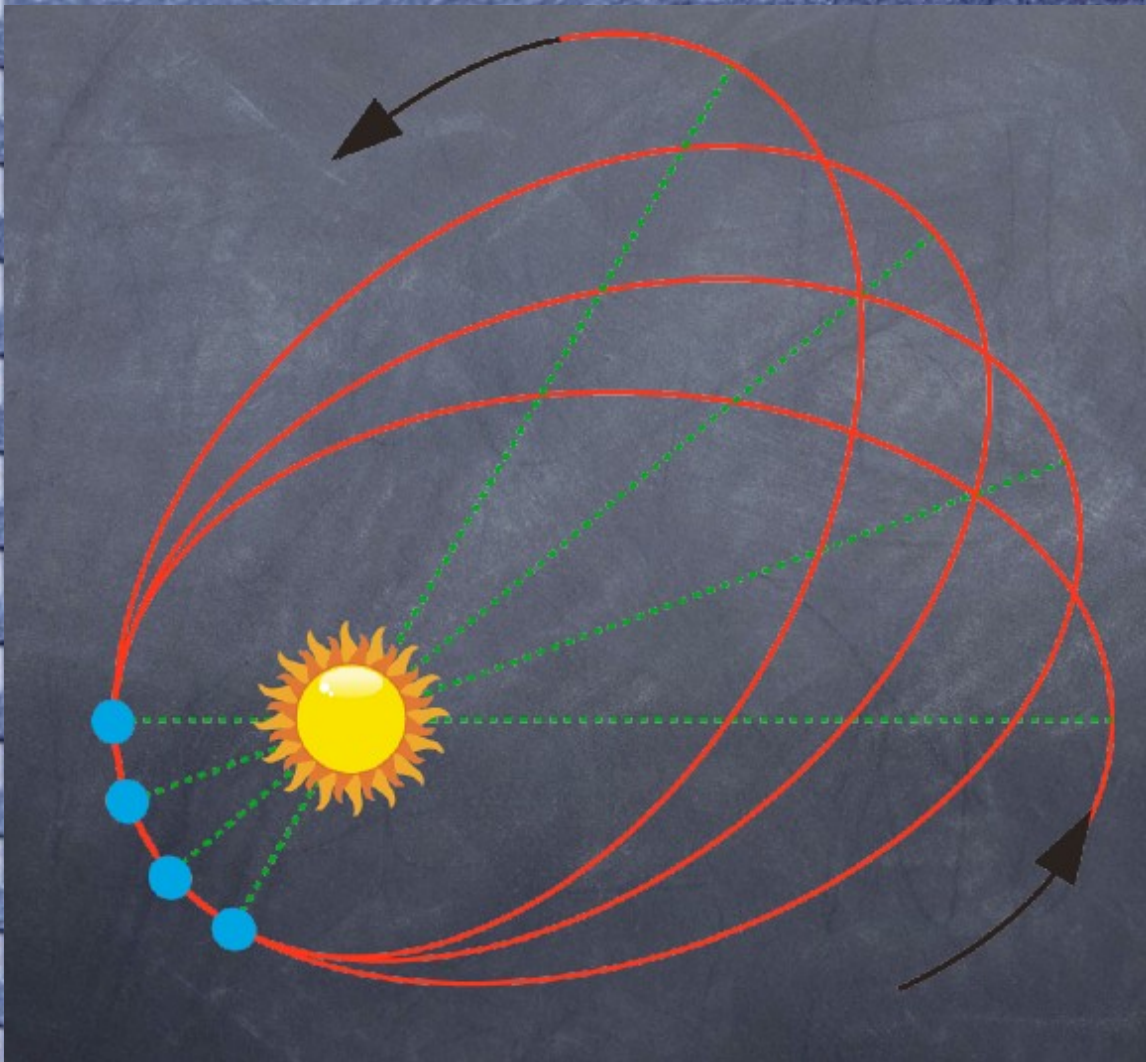
- **Encurvamento gravitacional da luz:**



Eclipse de Sobral/CE (1919)

Testes clássicos da RG

- **Precessão do periélio de Mercúrio:**



- Observado por Urbain Leverrier em 1859
- Consiste em um avanço do periélio (restava explicar contribuição estimada em $43''/\text{século}$)
- Ele postulou a existência de um novo planeta

Desafios atuais

- Ainda não possui uma versão quântica
- Por quê é tão fraca? (Problema da hierarquia)
- Padece de singularidades: buracos negros, início do universo etc
- Talvez não seja a teoria de gravitação adequada na escala cosmológica
- A detecção de ondas gravitacionais pode abrir novas portas

MUITO OBRIGADO!